

Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Jorge Manuel da Silva Oliveira Salgado

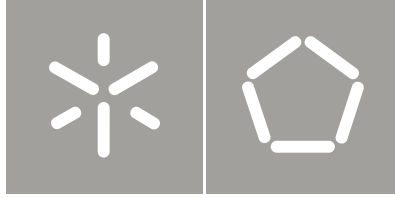
Análise Modal Experimental Aplicada
a Um Componente Estrutural Automóvel

Análise Modal Experimental Aplicada
a Um Componente Estrutural Automóvel

Jorge Manuel da Silva Oliveira Salgado

UMinho | 2012

Outubro de 2012



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Jorge Manuel da Silva Oliveira Salgado

Análise Modal Experimental Aplicada a Um Componente Estrutural Automóvel

Tese de Mestrado
Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao
Grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Trabalho efetuado sob a orientação do
Professor Doutor José Filipe Bizarro de Meireles

RESUMO

É comum as pessoas questionarem-se sobre o que é a análise modal e a forma como as estruturas vibram. É praticamente impossível descrever de uma forma simples alguma destes conceitos. No entanto, em muitos casos a teoria é demasiado extensa para os explicar, uma vez que podem ser descritos sem grande rigor matemático.

Ao longo deste documento são explicados alguns conceitos sobre como vibram as estruturas e como utilizar as ferramentas para identificar e resolver problemas de dinâmica estrutural.

O presente trabalho tem como principal objetivo a Análise Modal experimental Aplicada a um componente estrutural Automóvel. Com o propósito de avaliar os diversos parâmetros condicionantes do ensaio modal e otimizar o comportamento dinâmico global desse mesmo componente.

Para a realização desta análise foi necessário obter uma formação complementar nas áreas de análise dinâmica de estruturas, tanto numérica como experimental. Foi, igualmente pertinente estudar aprofundadamente os equipamentos experimentais de alto desempenho utilizados nos ensaios de vibrações, com o intuito de possibilitar uma melhor utilização, bem como, uma melhor interpretação dos resultados obtidos e dos parâmetros com maior influencia nesses mesmos resultados.

Foi feita uma análise ao componente estrutural em estudo de forma a interpretar com maior rigor o seu comportamento dinâmico.

Foram realizados ensaios experimentais de análise modal no componente estrutural Automóvel. Foram extraídos resultados destes ensaios por identificação modal que foram utilizados como referência para possibilitar a comparação com os modelos numéricos desenvolvidos.

ABSTRACT

Often people ask themselves what is the modal analysis and how structures vibrate.

It is practically impossible to describe in a simple way some of these concepts. However, in many cases theory is too large to explain them.

In this document are explained some concepts on how to vibrate the structures and how to use tools to identify and solve problems in structural dynamics.

The present work has as main objective the experimental Modal Analysis Applied to a structural component car. In order to evaluate the conditions of the modal test parameters and optimize the dynamic behavior of that component.

For this analysis was necessary to obtain additional training in the areas of dynamic analysis of structures, both numerical and experimental. Was also studied in detail the relevant experimental equipment used in high performance vibration test in order to enable better use, as well as a better interpretation of results and the most influential parameters in these results.

Was made an analysis of the structural component under study in order to interpret more precisely the dynamic behavior.

The structural component was tested for experimental modal analysis.

Results of these tests were extracted by modal identification that was used as reference to enable comparison with the numerical models developed.

AGRADECIMENTOS

Desejo aqui expressar os meus profundos agradecimentos a todos os que, de algum modo, contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

Não podendo mencionar todos, destacam-se os seguintes:

O Professor José Filipe Bizarro de Meireles, a quem se deve a ideia deste trabalho e que foi incansável no apoio, motivação e toda a orientação que prestou ao longo de todo o projeto. Não posso deixar de mencionar os seus valiosos conselhos que muito ajudaram na concretização do trabalho.

Por Fim, gostaria de agradecer à minha família, em especial à DUDINHA pelo seu apoio e encorajamento para concluir este trabalho.

ÍNDICE

RESUMO	I
ABSTRACT	III
AGRADECIMENTOS	V
ÍNDICE	VII
ÍNDICE DE FIGURAS	IX
ÍNDICE DE TABELAS	XI
NOMENCLATURA	XIII
Abreviaturas	XVII
1.INTRODUÇÃO	1
1.1-Motivação	1
1.2- Organização da tese	2
2.REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1- Analise Modal	5
2.1.1- Desenvolvimento histórico da análise modal	6
2.1.2 – Conceitos Teóricos da Análise Modal	9
2.1.2.1- Modelo modal para Sistemas não-amortecidos	14
2.1.2.2- Modelo modal- Sistemas amortecidos	22
2.1.3-Analise modal experimental	27
2.1.3- Parâmetros Modais e a Influencia do Ensaio nos Parâmetros Modais	32
2.1.4.1-Métodos SDOF	36
2.1.4.2- Métodos MDOF	41
3- Equipamentos Envolvidos na Analise Modal Experimental	47
3.1- Software de Controlo e Aquisição de dados	47
3.2- Fixação da estrutura	49

3.3-Excitadores.....	52
3.4-Processo montagem e seleção de Excitadores	58
3.5-Acelerômetros	62
3.6-Martelo de impacto	66
3.7-Sensor de força.....	69
4-PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS	71
4.1-Ensaio dinâmico.....	71
4.1.1-Introdução	71
4.1.2- Aplicação a uma estrutura.....	72
4.1.3- Localização dos Pontos de Medição	73
4.1.4- Calibração do Equipamento (Martelo impacto/Acelerómetros).....	75
4.2- Ensaio Experimental de uma Aplicação Industrial	77
5-CONCLUSÕES	91
5.1- Sugestão para trabalhos futuros.	92
6-REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95
ANEXO.....	99
ANEXO A- Metodologia para a Seleção de excitadores.	101
ANEXO B - Manual configuração para o teste de impacto.....	111
1. Introdução	113
2. Configuração dos canais	114
3.Escolha dos parâmetros de aquisição.....	117
4. Realização das medições.....	127
5. Validar os resultados	129
ANEXO C- Abstract do artigo completo a apresentar na conferência	133
IOMAC'13 (Artigo em fase de construção)	133

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2. 1-ESQUEMA DA ANÁLISE MODAL TEÓRICA DE UM SISTEMA	9
FIGURA 2. 2- RESUMO DA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL.....	10
FIGURA 2. 3- ESQUEMA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL (MAIA & SILVA, 1997).....	29
FIGURA 2. 4- ANÁLISE MODAL DE UMA VIGA LIVRE (BRÜEL & KJAER; 2004).....	31
FIGURA 2. 5- RELAÇÃO ENTRE DOMÍNIO DO TEMPO E DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA (NEWLAND, 1984).....	33
FIGURA 2. 6- SISTEMA “SINGLE INPUT/SINGLE-OUTPUT”(SISO).(J. ALLEMANG, JUNE, 2001)	34
FIGURA 2. 7- SISTEMA “MULTI-INPUT/MULTI-OUTPUT”(MIMO)(J. ALLEMANG,JUNE 2001).	36
FIGURA 2. 8-IDENTIFICAÇÃO DOS PICOS (EWINS, 2000).....	37
FIGURA 2. 9– PARTE REAL DA FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF). (EWINS, 2000).....	38
FIGURA 2. 10- PROPRIEDADE CIRCULO MODAL.	40
FIGURA 2. 11 –ANÁLISE MODAL EXPONENCIAL COMPLEXA.(EWINS,2000).....	45
FIGURA 3. 1 - ILUSTRAÇÃO PROCESSO DE AVERAGING.....	49
FIGURA 3. 2- ESQUEMA DE FIXAÇÃO EM CONDIÇÕES DE CORPO LIVRE (EWINS, 2000).....	51
FIGURA 3. 3- FIXAÇÃO DA ESTRUTURA POR UM SUPORTE TOTALMENTE RÍGIDO. (EWINS, 2000).....	51
FIGURA 3. 4- CONFIGURAÇÃO TÍPICA PARA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL UTILIZANDO O EXCITADOR.(J. ALLEMANG, JUNE, 2001)	53
FIGURA 3. 5-- SINAL ALEATÓRIO NO DOMÍNIO DO TEMPO (MAIA, SILVA, 1998).....	55
FIGURA 3. 6- EXEMPLO DE UMA FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO. (MAIA, SILVA, 1998).	56
FIGURA 3. 7-- ESQUEMAS DE SUSPENSÃO DO EXCITADOR (EWINS, 2000)	59
FIGURA 3. 8- PENDULO SIMPLES	60
FIGURA 3. 9- ESQUEMA DE UM ACELERÔMETRO PIEZOELÉTRICO. (MAIA, 1998)	63
FIGURA 3. 10- REPRESENTAÇÃO DA SENSIBILIDADE TRANSVERSAL DE ACELERÔMETROS PIEZOELÉTRICOS.(RICARDO SUTÉRIO, 2010)	64
FIGURA 3. 11- - MÉTODOS ALTERNATIVOS FIXAÇÃO DE ACELERÔMETROS. (EWINS, 2000)	66
FIGURA 3. 12-- TESTE MODAL USANDO MARTELO IMPACTO.	67
FIGURA 3. 13- GRÁFICO FREQUÊNCIAS EM FUNÇÃO DA PONTA DO MARTELO DE IMPACTO.	68
FIGURA 3. 14-- SINAL DE IMPACTO, COMPOSIÇÃO ESPECTRAL.	69
FIGURA 3. 15-- SENSOR FORÇA	70

FIGURA 4. 1-- EIXO TRASEIRO DE UM AUTOMÓVEL.....	73
FIGURA 4. 2- NÚMERO E LOCALIZAÇÃO DOS PONTOS DE UM MODELO GEOMÉTRICO.....	74
FIGURA 4. 3-- MODELO GEOMÉTRICO.	75
FIGURA 4. 4- CONFIGURAÇÃO DE UM SISTEMA DE CALIBRAÇÃO.	76
FIGURA 4. 5-- FIXAÇÃO CORPO LIVRE.....	77
FIGURA 4. 6-- LOCALIZAÇÃO DOS PONTOS DE EXCITAÇÃO.....	79
FIGURA 4. 7- PONTOS COM DESVIO RELATIVO A ORIGEM. A VERMELHO REFERENCIAL GLOBAL E A VERDE REFERENCIAL LOCAL DE EXCITAÇÃO E MEDIDA.	79
FIGURA 4. 8- MONTAGEM DOS TRÊS ACELERÓMETROS.	80
FIGURA 4. 9- ANÁLISE MODAL POR IMPACTO.....	80
FIGURA 4. 10 -ESPECTRO DAS FRFS.....	82
FIGURA 4. 11 - MODO VIBRAÇÃO	83
FIGURA 4. 12- MODELO NUMÉRICO.....	86
FIGURA 4. 13-- REPRESENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO BARRA CENTRAL EIXO.....	87
FIGURA 4. 14-- IDENTIFICAÇÃO CORDÕES DE SOLDADURA LIGAÇÃO BARRA CENTRAL RESTANTE CORPO.....	88
FIGURA 4. 15-. EXTREMIDADES DA BARRA FIXAS.	88
FIGURA 4. 16- MODO DE VIBRAÇÃO 1 (94,818HZ).....	89
FIGURA 4. 17-- MODO DE VIBRAÇÃO 2 (207,13 HZ)	89
FIGURA 4. 18- COMPARAÇÃO MODOS VIBRAÇÃO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL.....	90

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 4. 1-- VALORES FREQUÊNCIAS NATURAIS, E AMORTECIMENTO, OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE.	81
TABELA 4. 2-- VALORES FREQUÊNCIAS NATURAIS OBTIDAS ANALITICAMENTE.	89

NOMENCLATURA

$[M]$	Matriz de massa
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[K]$	Matriz de rigidez
\ddot{x}	Aceleração
\dot{x}	Velocidade
x	Deslocamento
f	Vetor excitação
ω	Frequência natural
ξ	Fator de amortecimento
ϕ	Modo Vibração Natural
$[H(\omega)]$	Matriz das funções de resposta em frequência
$H(\omega)$	Função de resposta em frequência
$\{X\}$	Vetor amplitude deslocamento
$\{F\}$	Vetor amplitude de excitação
$[\alpha(\omega)]$	Matriz funções de deslocabilidade de resposta em frequência.
$\alpha(\omega)$	Função de resposta em frequência deslocabilidade
$Y(\omega)$	Função de resposta em frequência de mobilidade

$[\omega]$	Matriz Frequências naturais
$H_{ij}(\omega)$	Função de Resposta de frequência de transferência
$h(t)$	Resposta da estrutura ao longo do tempo
$[Y(\omega)]$	Matriz das funções de resposta em frequência de mobilidade
V	Amplitude de velocidade
i	$\sqrt{-1}$
$A(\omega)$	Função de resposta em frequência de acelerabilidade.
N	Número de graus de liberdade
$\bar{\omega}_r$	Frequência natural do sistema não amortecido ou amortecimento proporcional
ψ	Vetor modal do sistema não amortecido ou com amortecimento proporcional.
$[\Psi]$	Matriz das formas naturais para o sistema não amortecido ou com amortecimento proporcional.
m_r	Massa modal
k_r	Rigidez modal
$[\Phi]$	Matriz dos modos de Vibração Naturais.
${}_r A_{jk}, \phi_{jr}, \phi_{kr}, \frac{\theta_{jr} \theta_{jk}}{a_r}, {}_r B_{jk}, \psi_{rj}, \psi_{rk}, {}_r u_{jk} + i_r v_{jk}$	Constante modal
c_r	Amortecimento modal.

\dot{y}	Vetor composto velocidades e acelerações
y	Vetor composto deslocamentos
V	Amplitude Velocidade
θ	Vetor modal normalizado para massa modal unitária para o sistema com amortecimento geral
$[\Theta]$	Matriz formas naturais normalizadas para massa modal unitária.
$\{p\}$	Vetor excitação do problema composto
ω_a e ω_b	Extremos bandas de frequências
${}_r D_{jk}$	Contribuição dos modos distintos de r
$\delta_r = -\omega_r \zeta_r$	Amortecimento modal
$\omega_{dr} = \omega_r \left(\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right)$	Frequência natural amortecida
$\lambda_r = \delta_r + i \left(\omega_{dr} \right)$	Polo
$R_{ff}(\tau)$	Função Auto correlação de f(t)
$R_{xf}(\tau)$	Função correlação cruzada f(t) e x(t)
$S_{ff}(\omega)$	Função densidade espectral de potencia f(t)
$S_{xf}(\omega)$	Função densidade espectral cruzada de f(t) e x(t)
γ^2	Função coerência
l	Comprimento

$ T $	Tensão no fio
$ F $	Força
$ F_N $	Força normal
$ F_T $	Força tangencial
a	Aceleração
l	Comprimento Fio
E_f	Sensibilidade sensor força
$E_{\ddot{x}}$	Sensibilidade acelerómetro
$[\]$	Matriz
$\{ \}$	Vetor

Abreviaturas

ANSYS	Código Comercial de FEM desenvolvido por ANSYS, INC.
EMA	Análise Modal Experimental.
FEM	Método Elementos Finitos.
FFT	Transformada Rápida de Fourier.
FRF	Função de Resposta em Frequência.
FRFs	Funções de Resposta em Frequência.
FRI	Funções de Resposta em Impulso.
GDL	Grau de Liberdade.
MDOF	Múltiplos Graus de Liberdade.
MIMO	“Multi-Input/Multi-Output”
MISO	“Multi-Input /Single-Output”
OEM	Original Equipment Manufacturer
SDOF	Um Grau de Liberdade.
SIMO	“Single-Input /Multi-Output”
SISO	“Single-Input /Single-Output”

1.INTRODUÇÃO

1.1-Motivação

O estudo do comportamento dinâmico de estruturas e equipamentos tem vindo a adquirir, nas últimas décadas, uma maior importância na engenharia. Evidencia-se em diversas áreas, nomeadamente na modificação estrutural, manutenção condicionada, projeto à fadiga, entre outros.

O estudo dinâmico de estruturas tem desempenhado um papel importante para a perceção e controlo dos diversos problemas de vibrações que encontramos na prática. Um dos problemas inerentes ao estudo dinâmico de estruturas ou equipamentos mecânicos são as vibrações. Que são uma das principais causas de colapso de equipamentos solicitados dinamicamente.

A conceção de estruturas mecânicas mais complexas exige que estas se tornem mais leves, flexíveis e rígidas. Estas exigências rigorosas tornam as estruturas ou equipamentos mais suscetíveis a vibrações indesejadas (He & Fu, 2001). Desde sempre que nas estruturas de engenharia a integridade estrutural é a principal preocupação. Com o aumento de regulamentos a respeitar esta preocupação revela-se crucial. É essencial possuir um completo e preciso conhecimento sobre as características dinâmicas dessas estruturas.

A vibração de uma estrutura é motivo de preocupação, o desafio está em compreender melhor as suas propriedades dinâmicas, utilizando métodos analíticos ou experimentais ou a combinação dos dois. O fenómeno de vibração está diretamente relacionado com a performance de muitos componentes estruturais. Podendo mesmo causar um mau funcionamento, perturbações e desconforto.

Como a necessidade de entender o comportamento dinâmico de estruturas ou equipamentos mecânicos é cada vez maior, torna-se importante projetá-los com a devida consideração dinâmica de forma a controlar devidamente os níveis de vibração encontrados.

A análise de elementos finitos, como forma de modelação computacional tornou-se uma ferramenta poderosa e versátil para os engenheiros, especialmente para a análise das propriedades mecânicas.

Este tipo de análise numérica tem por base uma teoria fundamentada, o que permite obter resultados satisfatórios. As técnicas experimentais avançadas têm complementado a modelação computacional, com a determinação experimental das propriedades estruturais.

A análise modal experimental é um meio indispensável de verificação do modelo matemático obtido através da modelação por computador. As técnicas experimentais são alimentadas pela teoria da análise modal.

O progressivo desenvolvimento, nos últimos vinte anos, dos equipamentos de aquisição e processamento de dados tem dado origem a grandes progressos no campo da análise experimental, que se tornou conhecida como análise modal.

Pretende-se assim, com este trabalho, explorar as características dos diversos componentes utilizados na análise modal experimental, e depois aplicar melhor esta técnica experimental num caso real.

Para concretizar este objetivo, apresenta-se neste trabalho uma análise mais específica aos métodos experimentais associados à análise modal, estando assim mais preocupado com a explicação das condições adjacentes à análise modal experimental.

1.2- Organização da tese

A presente tese de mestrado encontra-se organizada da seguinte forma:

O primeiro capítulo é composto por uma introdução ao objeto de estudo, assim como pela planificação dos respetivos propósitos.

No segundo capítulo realiza-se uma revisão da bibliografia existente sobre análise modal teórica e experimental. São citados os fundamentos pela qual se rege a análise modal. E posteriormente efetua-se uma descrição das técnicas e dos equipamentos, geralmente, aplicados na análise modal.

No terceiro capítulo é feita uma descrição dos procedimentos experimentais levados a cabo durante este estudo, calibração dos equipamentos e seleção dos pontos de excitação. Neste capítulo são também apresentados todos os resultados obtidos durante os ensaios realizados no componente utilizado, assim como uma análise aos mesmos.

No quarto capítulo expomos as conclusões e propostas para trabalhos futuros no seguimento desta tese de mestrado.

2.REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1- Analise Modal

A análise modal é um processo de análise dos fenómenos vibratórios que podem ser abordados por técnicas teóricas numéricas e experimentais. Estas são utilizadas para obter o modelo matemático representativo do comportamento dinâmico de um determinado componente ou estrutura. Através das suas características naturais, frequência, amortecimento e modos de vibração. O modelo matemático é designado como o modelo modal e as características naturais são também conhecidas como parâmetros modais.

Uma análise modal detalhada permite determinar frequências naturais e respetivos modos de vibração assim como o amortecimento. Esta análise é relativamente simples, quando efetuada em componentes básicos, e pode ser extremamente complicada quando se qualifica elementos ou estruturas complexas, expostos a várias cargas externas. Esses sistemas requerem a prévia determinação das frequências e respetivos modos de vibração naturais através da aplicação de técnicas como a análise de elementos finitos (MEF). A abordagem experimental pode servir para verificar ou validar os resultados obtidos analiticamente.

A análise modal experimental apresenta como vantagem principal o facto de ser uma análise não destrutiva e de se poder efetuar em condições próximas da realidade com boa fiabilidade dos resultados obtidos. A informação retirada de uma análise modal é extraordinariamente útil para servir de apoio ao projeto de qualquer estrutura ou equipamento.

Usando essas informações modais pode-se alterar a dinâmica estrutural para determinar os efeitos nas características de um sistema, através da modelação por elementos finitos, para avaliar a sua resposta. As modificações físicas só ocorrem depois de encontrada uma solução adequada.

A análise modal é baseada no facto de a resposta de vibração de um sistema dinâmico, poder ser expressa como a combinação linear de um conjunto de movimentos

harmónicos simples. Estes podem ser designados como modos de vibração naturais que ocorrem nas respetivas frequências naturais. (He & Fu, 2001.)

As frequências naturais indicam a taxa de oscilação livre da estrutura, por outras palavras, as frequências naturais representam o quanto a estrutura vibra mesmo é retirada a excitação aplicada sobre ela. Esta frequência é função direta da rigidez, e inversa da massa da estrutura, sendo designada por um número real positivo, e cuja unidade mais comum é o Hertz.(He & Fu, 2001)

Um componente mecânico ou estrutura para um intervalo de frequências possui diversas frequências naturais. Pode vibrar livremente, após ter sido excitada por uma força variável no tempo em diversas direções. A frequência natural mais importante é a primeira, pois é a que envolve mais quantidade de energia na sua ação .(He & Fu, 2001.)(Ewins, 2000)

Os modos de vibração são a forma como a estrutura vibra. Para cada frequência natural existe um modo de vibração específico, ou um perfil de vibração. Os modos de vibração inerentes aos componentes estruturais ou sistemas mecânicos podem provocar mau funcionamento parcial, ou até mesmo mau funcionamento permanente, resultando muitas vezes em situações perigosas para os utilizadores. (He & Fu, 2001)

Os modos de vibração naturais são inerentes a um sistema dinâmico, sendo descritos pelos seus parâmetros modais: frequência natural, o fator de amortecimento modal e padrão de deslocamento característico, ou seja, a sua própria forma.

Pretendendo-se neste trabalho uma abordagem às técnicas utilizadas nos ensaios experimentais em análise modal, considerou-se relevante aprofundar o conhecimento teórico subjacente a estas técnicas, pelo que de seguida se resume uma introdução ao tema numa tentativa de caracterização do problema.

2.1.1- Desenvolvimento histórico da análise modal

O principal objetivo da análise modal é descrever os fenómenos complexos da dinâmica estrutural, ou seja, os modos de vibração da estrutura.

Foram dois os marcos históricos da ciência que abriram o caminho para a criação da análise modal. (Brown & Allemang, 2007)

- Newton, a partir de sua observação do espectro da luz solar, confirmou a sua composição de componentes de cor.
- Fourier, com base na anterior sabedoria matemática, alegou que uma função arbitrária periódica com intervalo finito pode ser sempre representada pela soma de funções harmônicas simples. A série de Fourier e análise de espectro estabeleceu uma base sólida para o desenvolvimento da análise modal.

A partir da análise modal, podemos determinar as frequências naturais e os modos de vibração naturais. Esta fase da análise modal, desenvolvida durante o século XIX, foi em grande parte dependente da matemática para resolver equações diferenciais parciais que descrevem diferentes estruturas dinâmicas. A elegância da solução é evidente, mas no que diz respeito à sua aplicação solucionável em estruturas é limitada.

Embora o nome “Análise Modal” seja relativamente novo, a história da análise modal começa na década de 1940.

Nos primeiros dias do programa espacial dos EUA, os engenheiros reconheceram a importância da formulação matemática de modelos dinâmicos de estruturas, pois, através destes poderiam prever o seu comportamento dinâmico. Obviamente, que foi necessário prever o desempenho dinâmico como a maior precisão possível, antes do lançamento, porque simplesmente não havia uma segunda oportunidade. A análise de corpo rígido clássico era inadequada para muitos problemas de dinâmica. (Brown & Allemang, 2007)

Entre 1940 e 1950 duas metodologias foram desenvolvidas em simultâneo e tornaram-se conhecidas por “Teste de Ressonância” e “Métodos Separação de Fase”. (Brown & Allemang, 2007).

A primeira metodologia estudada por investigadores na área das aeronaves, envolvia o uso de forças sinusoidais múltiplas para excitar a aeronave num único modo de vibração, ou seja, apenas um modo é animado e todos os outros são suprimidos.

O segundo método “Método da Separação das Fases” media as Funções de Resposta de Frequência (FRF) para um intervalo de frequências, a análise de dados era efetuada nesse mesmo intervalo de frequências considerando um número limitado de modos de vibração presentes nesse intervalo.

Em 1947 Kennedy e Pancu dois investigadores da área das aeronaves deram um passo importante para o desenvolvimento da análise modal ao afirmarem que para determinar com precisão as frequências naturais e os níveis de amortecimento nas estruturas de aeronaves, era necessário conjugar os dois métodos. (Brown & Allemang, 2007)

Naquele tempo, os transdutores para medir força dinâmica eram primitivos, utilizavam processos de tratamento de sinal analógico, o que resultava num processo bastante moroso o que não era prático para a maioria das situações.

Estes métodos mantiveram-se inalterados até chegarem as técnicas de análise e medição eletrónica e a Transformada Rápida de Fourier (Fast Fourier Transform (FFT)) nos anos 60 que permitiu implementar técnicas de medição mais precisas e poderosas.

A invenção da Transformada Rápida de Fourier (FFT) por JW Cooley e J.W. Tukey, em 1965, abriu finalmente o caminho para uma aplicação rápida e precisa da técnica experimental na dinâmica estrutural.

Nos anos 70 a análise modal teve o seu maior e mais importante desenvolvimento no que diz respeito aos equipamentos de análise digital e eletrónicos, foi também na década de 70 que as técnicas de análise modal que ainda usamos nos dias de hoje foram estabelecidas. (Brown & Allemang, 2007)

Desde então, numerosos métodos têm sido propostos e muitos têm sido computadorizados, incluindo os métodos no domínio do tempo que são baseados na vibração livre de uma estrutura ao invés de respostas à sua frequência. O desenvolvimento experimental tem contribuído imenso para o avanço da teoria da análise modal.

A análise modal tradicional, análise baseada no modelo proporcional de amortecimento foi expandida para o modelo não proporcional de amortecimento. A

teoria de modos de vibração complexos foi desenvolvida. (Brown & Allemang, 2007). Características dinâmicas não lineares foram estudadas experimentalmente. Nos dias de hoje, a análise modal está aplicada em diversos ramos da engenharia e da ciência. As aplicações variam desde a engenharia à medicina e ciência. O que significa que a aplicação da análise modal é cada vez mais interdisciplinar.

Aplicações práticas de análise modal são em grande parte relacionadas com os avanços da tecnologia experimental. É impossível introduzir todas estas aplicações, no entanto, uma explanação dessas aplicações práticas, conduzirão á compreensão da análise modal e do seu potencial.

A análise modal Numérica e Experimental tornaram-se dois pilares no estudo da dinâmica estrutural. No que diz respeito a análise modal é esperado uma expansão significativa para os próximos anos.

2.1.2 – Conceitos Teóricos da Análise Modal

De uma forma geral, podem-se analisar as vibrações de um sistema estrutural segundo dois caminhos distintos: análise teórica e análise experimental. Cada uma destas alternativas pode ser constituída por três etapas distintas (EWINS, 2000). A Figura 2.1 mostra um resumo da análise modal teórica de um sistema e a Figura 2.2 mostra um resumo da análise modal experimental, partindo da equação fundamental da dinâmica.

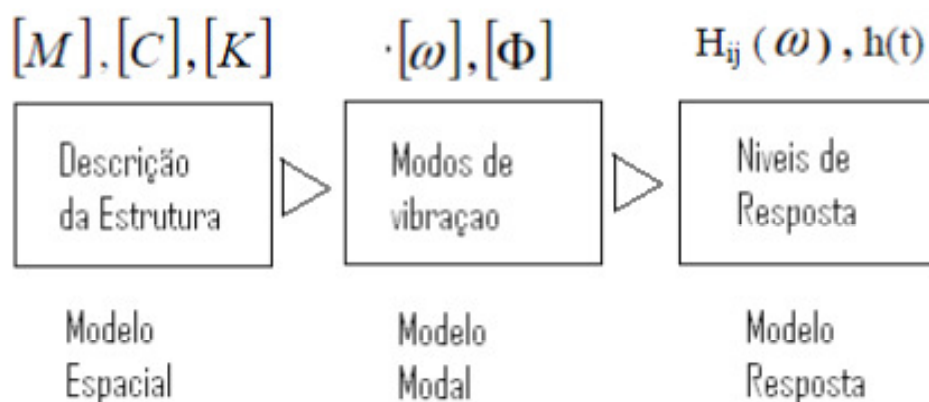


Figura 2. 1-Esquema da análise modal teórica de um sistema

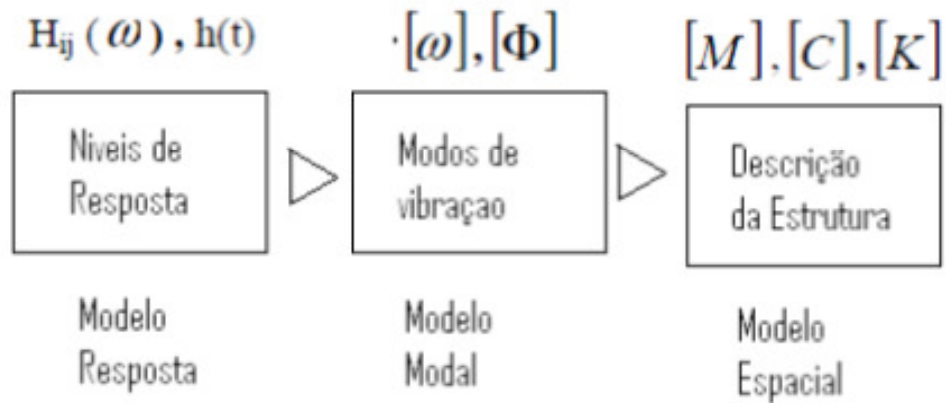


Figura 2. 2- Resumo da análise modal experimental

Onde:

$[M]$ - Matriz Massa

$[C]$ - Matriz amortecimento Viscoso

$[K]$ - Matriz Rigidez

$[\omega]$ - Matriz Frequências naturais

$[\Phi]$ - Matriz Modal

$H_{ij}(\omega)$ - Função de Resposta de frequência de transferência

$h(t)$ - Resposta da estrutura ao longo do tempo

As propriedades modais, características de uma estrutura ou equipamento mecânico, podem ser apresentadas por três modelos diferentes. Desta forma, podemos ter um sistema descrito pelo seu modelo espacial, modelo modal e o modelo de resposta de frequência.

O modelo espacial, que representa a caracterização das propriedades físicas da estrutura ou equipamento mecânico, é constituído pelas matrizes de massa $[M]$, amortecimento viscoso $[C]$ e rigidez $[K]$. Estas matrizes são o reflexo da distribuição espacial da massa, rigidez e amortecimento do sistema, e são obtidas pela discretização da estrutura em N graus de liberdade, que podem descrever o comportamento do sistema. Este modelo pode ser obtido utilizando o Método dos Elementos Finitos.

Nas matrizes do modelo espacial são formadas e impostas as condições de fronteira ao sistema em estudo, podendo então estabelecer-se um sistema de equações diferenciais de segunda ordem (as equações de movimento), apresentada da seguinte forma.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.1)$$

Onde:

$[M]$ = matriz de massa, de ordem $N \times N$;

$[C]$ = matriz de amortecimento, de ordem $N \times N$;

$[K]$ = matriz de rigidez, de ordem $N \times N$;

$\{\ddot{x}\}$ = Vetor aceleração de ordem $N \times 1$;

$\{\dot{x}\}$ = Vetor velocidade de ordem $N \times 1$;

$\{x\}$ = vetor deslocamento de ordem $N \times 1$;

$\{f\}$ = vetor excitação, de ordem $N \times 1$;

O Modelo Modal é construído por duas matrizes, uma engloba o conjunto das frequências naturais (ω) e fatores de amortecimento (ξ) de todos os modos, e outra que contem os respetivos modos de vibração (ϕ), habitualmente denominada por matriz modal.

Ambas, modelo espacial e modelo modal, são equivalentes, no entanto o modelo modal é mais vantajoso para representar os parâmetros modais do sistema.

As vantagens de se trabalhar no modelo modal são:

- Possibilidade de as propriedades modais poderem ser representadas graficamente pela animação das formas naturais;
- Verificação e Identificação do modelo modal experimentalmente.
- Permite a fácil comparação das propriedades modais de diferentes sistemas.
- Possibilidade de desacoplar as diversas equações de movimento do sistema, resultando um conjunto de modelos de um grau de liberdade, um para cada modo do modelo de múltiplos graus de liberdade.

A estrutura pode ainda ser descrita pelo modelo de resposta. É nesta etapa que se pretende analisar a resposta da estrutura ou equipamento mecânico quando excitado. Esta análise depende das propriedades estruturais, assim como, da natureza e intensidade da excitação. A partir desta resposta, é possível construir a solução para cada caso.

O Modelo de Resposta é constituído por uma matriz de resposta em frequência $[H(\omega)]$. Uma estrutura sujeita a uma excitação harmónica, pode relacionada com a sua resposta harmónica através da matriz $[H(\omega)]$. Essa relação pode ser obtida através da equação seguinte:

$$\{X\} = [\alpha(\omega)]\{F\} \quad (2.2)$$

em que $[\alpha(\omega)]$ representa a deslocabilidade do sistema.

Através da equação anterior podemos relacionar o vetor excitação com o vetor deslocamento $\{x\}$, e de seguida a matriz $[H(\omega)]$ toma a forma de uma matriz de funções de resposta em frequência (FRFs) em termos da sua deslocabilidade $[\alpha(\omega)]$.

A definição de um qualquer elemento da matriz função de resposta de frequência (FRF) de deslocabilidade $\alpha_{jk}(\omega)$ é dado por:

$$\alpha_{ik}(\omega) = \left(\frac{X_1}{F_k} \right), f = 0; m \begin{cases} = 1, N \\ \neq k \end{cases} \quad (2.3)$$

Onde, $\alpha_{ik}(\omega)$ é a relação em termos de fase, entre os deslocamentos harmónicos aplicados a um grau de liberdade (GDLj) e uma excitação aplicada ponto de excitação (GDLk).

A função de resposta de frequência FRF, que é apresentada por $H(\omega)$, pode ser então apresentada em três relações distintas:

1- Deslocamento com força harmónica: deslocabilidade $(\alpha(\omega))$.

$$\alpha(\omega) = \frac{Xe^{i\omega t}}{Fe^{i\omega t}} = \frac{X}{F} \quad (2.4)$$

2- Velocidade com força harmónica: mobilidade $(Y(\omega))$.

$$Y(\omega) = \frac{Ve^{i\omega t}}{Fe^{i\omega t}} = \frac{V}{F} \quad (2.5)$$

No entanto, se tivermos em conta a vibração sinusoidal, a relação entre a velocidade e o deslocamento passa a ser escrita da seguinte forma:

$$x(t) = Xe^{i\omega t} \quad (2.6)$$

e

$$v(t) = \dot{x}(t) = i\omega Xe^{i\omega t} \quad (2.7)$$

logo:

$$Y(\omega) = \frac{V}{F} = i\omega \frac{X}{F} = i\omega \alpha(\omega) \quad (2.8)$$

3- Aceleração com força harmónicas: acelerabilidade $(A(\omega))$.

$$A(\omega) = \frac{A}{F} = -\omega^2 \alpha(\omega) \quad (2.9)$$

Estas são as formas principais de representar as funções de resposta de frequência (FRFs). Contudo existem ainda outras possibilidades de as definir, possibilidades que consistem em funções inversas, assim temos:

$$\text{Rigidez dinâmica: } \left(\frac{\text{Força}}{\text{Deslocamento}} \right) \quad (2.10)$$

$$\text{Impedância mecânica: } \left(\frac{\text{Força}}{\text{Velocidade}} \right) \quad (2.11)$$

$$\text{Massa aparente: } \left(\frac{\text{Força}}{\text{Aceleração}} \right) \quad (2.12)$$

Através da análise modal teórica é possível relacionar os diferentes modelos (figura 2.1), estas relações podem ser aplicadas na análise modal experimental (EMA), de modo a adquirir um modelo matemático do sistema em estudo.

2.1.2.1- Modelo modal para Sistemas não-amortecidos

Para se determinar o modelo modal é necessário o conhecimento prévio das características físicas da estrutura ou equipamento mecânico. Estas características são representadas pelas matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez do sistema, que constituem o seu modelo modal para modelos mais complexos. Estas matrizes são obtidas usando técnicas de discretização, sendo o Método dos Elementos Finitos a mais usada.

O comportamento dos sistemas com múltiplos graus de liberdade (MDOF), é definido em função dos N graus de liberdade que apresenta. Desta forma o modelo modal do sistema é representado por matrizes e vetores de dimensão N.

Quando realizamos a análise modal a um sistema em regime livre, as vibrações livres da estrutura, são obtidas na ausência da força excitadora e desprezando o amortecimento da estrutura pode ser desprezado.

Para a obtenção do modelo modal não amortecido, com N graus de liberdade as equações diferenciais do movimento podem ser escritas da seguinte forma:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{0\} \quad (2.13)$$

A equação anterior é uma equação diferencial homogênea de coeficientes constantes, logo possui uma solução na forma:

$$\{x(t)\} = \{X\} e^{i\omega t} \quad (2.14)$$

$\{X\}$ = Vetor das amplitudes de vibração de dimensão N x 1. Esta solução assume que o sistema vibra com movimentos síncronos.

Assumindo que todo o sistema é capaz de vibrar num movimento harmónico simples, numa única frequência.

Voltando à equação (2.14) e substituindo-a na equação (2.13), tem-se:

$$([K] - \omega^2 [M])\{X\} e^{i\omega t} = \{0\} \quad (2.15)$$

para as quais as únicas soluções não-triviais são aqueles que satisfazem

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (2.16)$$

Na equação (2.12) está presente o típico problema de valores e vetores próprios, na qual é possível obter os N valores próprios do problema que são as frequências naturais não amortecidas do sistema $(\bar{\omega}_r, r=1, N)$, e os respetivos N vetores próprios que são os vetores dos modos de vibração naturais do sistema $(\psi, r=1, N)$. Estes vetores são a representação da deformada do sistema para cada uma das frequências naturais.

A solução do problema pode ser expressa por duas matrizes $N \times N$, $[\bar{\omega}_r]$ que é uma matriz diagonal, onde os valores são frequências naturais, e $[\Psi]$ que é uma matriz onde cada coluna corresponde aos vetores modos de vibração naturais.

$$[\Psi] = [\psi_1 \psi_2 \cdots \psi_N] \quad (2.17)$$

$$[\bar{\omega}_r^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Estas duas matrizes $[\Psi]$ e $[\bar{\omega}_r]$ constituem o modelo modal do sistema. O modelo da estrutura não amortecida consiste, assim, nas frequências naturais e dos modos de vibração.

O modelo modal do sistema possui ainda as propriedades de ortogonalidade. Estas propriedades podem ser definidas do seguinte modo:

$$[\Psi]^T [M] [\Psi] = [m_r] \quad (2.19)$$

$$[\Psi]^T [K] [\Psi] = [k_r] \quad (2.20)$$

Onde:

$[\Psi]$ - Matriz dos Modos Vibração Naturais do Sistema

$[M]$ - Matriz de Massa

$[K]$ - Matriz de Rigidez

$[m_r]$ - Matriz Modal da Massa

$[k_r]$ - Matriz Modal da Rigidez

$$\text{Onde, } [m_r] = \text{matriz modal da massa, } [m_r] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_N \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$[k_r] = \text{matriz modal da rigidez, } [k_r] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_N \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

As matrizes diagonais, $[m_r]$ e $[k_r]$ podem relacionar-se com as frequências naturais através da expressão:

$$[\bar{\omega}^2] = [m_r]^{-1} [k_r] \quad (2.23)$$

m_r e k_r são denominados por, massa modal e rigidez modal do modo de vibração de ordem r. Dado que os vetores próprios estão definidos a menos de uma constante, os valores de m_r e k_r não são únicos. Desta forma não é aconselhável identificar a massa modal ou rigidez de um modo particular. Para que não surjam ambiguidades é comum recorrer a procedimentos de normalização.

O processo de normalização com maior relevância para os testes de análise modal é a normalização em relação à massa modal. Assim sendo, as propriedades de ortogonalidade para a matriz $[\Phi]$ dos vetores próprios normalizados em relação à massa modal podem-se exprimir na forma:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (2.24)$$

e

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\bar{\omega}_r^2] \quad (2.25)$$

A relação entre normalizado para a massa modal e o vetor do modo de vibração para o modo r, ϕ_r , na sua forma geral ψ , é dado por:

$$\{\phi_r\} = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \{\psi_r\}, \text{ onde } \{m_r\} = \{\psi_r^T\} [M] \{\psi_r\} \quad (2.23)$$

ou por:

$$[\Phi] = [\Psi] \left[m_r^{1/2} \right] \quad (2.26)$$

As propriedades de ortogonalidade são demonstradas nas equações seguintes. A equação de movimento para uma vibração livre pode ser escrita da seguinte forma:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{X\} e^{i\omega t} = 0 \quad (2.27)$$

Para um modo de vibração r em particular temos:

$$([K] - \bar{\omega}_r^2 [M]) \{\psi\}_r = 0 \quad (2.28)$$

Pré-multiplicando por um vetor próprio diferente transposto, relativo a um modo s, temos:

$$\{\psi\}_s^T ([K] - \bar{\omega}_r^2 [M]) \{\psi\}_r = 0 \quad (2.29)$$

Também podemos escrever para o modo s:

$$([K] - \bar{\omega}_s^2 [M]) \{\psi\}_s = 0 \quad (2.30)$$

Transpondo a equação anterior e multiplicando por $\{\psi\}_r$, tem-se:

$$\{\psi\}_s^T ([K]^T - \bar{\omega}_s^2 [M]^T) \{\psi\}_r = 0 \quad (2.31)$$

Uma vez que as matrizes [M] e [K] são geralmente simétricas, é possível combinar as equações (2.31) e (2.29) para se obter:

$$(\bar{\omega}_r^2 - \bar{\omega}_s^2) \{\psi\}_s^T [M] \{\psi\}_r = 0 \quad (2.32)$$

Para $\bar{\omega}_r \neq \bar{\omega}_s$, a equação anterior é satisfeita se e só se:

$$\{\psi\}_s^T [M] \{\psi\}_r = 0; r \neq s \quad (2.33)$$

Substituindo na equação (2.29) ou na equação (2.31) tem-se:

$$\{\psi\}_s^T [K] \{\psi\}_r = 0; r \neq s \quad (2.34)$$

Para casos especiais onde $r = s$, ou se $\bar{\omega}_r = \bar{\omega}_s$ as duas equações anteriores não tem aplicação possível, mas é claro a partir da equação (2.29) que:

$$\left(\{\psi\}_r^T [K] \{\psi\}_r \right) = \bar{\omega}_r^2 \left(\{\psi\}_r^T [M] \{\psi\}_r \right) \quad (2.35)$$

Sendo

$$\{\psi\}_r^T [M] \{\psi\}_r = m_r \quad (2.36)$$

e

$$\{\psi\}_r^T [K] \{\psi\}_r = k_r \quad (2.37)$$

Tem-se:

$$\bar{\omega}_r^2 = \frac{k_r}{m_r} \quad (2.38)$$

Aplicando todas as combinações possíveis de r e s obtêm-se as equações de ortogonalidade na forma matricial apresentadas nas equações (2.19) e (2.20).

Considerando agora o caso onde a estrutura é excitada por um conjunto forças sinusoidais, todas com a mesma frequência, ω , mas com amplitudes e fases diferentes, na forma:

$$\{f(t)\} = \{F\} e^{i\omega t} \quad (2.39)$$

E como anteriormente devemos assumir que a solução existe sob a forma:

$$\{x(t)\} = \{X\} e^{i\omega t} \quad (2.40)$$

Onde $\{F\}$ e $\{X\}$ são vetores de ordem $N \times 1$ com amplitudes complexas constantes no tempo. Assim a equação do movimento torna-se:

$$([K] - \omega^2 [M])\{X\} e^{i\omega t} = \{F\} e^{i\omega t} \quad (2.41)$$

Resolvendo em função do vetor deslocamento tem-se:

$$\{X\} = ([K] - \omega^2 [M])^{-1} \{F\} \quad (2.42)$$

Que pode ser ainda escrita da seguinte forma:

$$\text{Igualando } ([K] - \omega^2 [M])^{-1} = [\alpha(\omega)]$$

$$\{X\} = [\alpha(\omega)]\{F\} \quad (2.43)$$

Onde $[\alpha(\omega)]$ é a matriz das funções de resposta em frequência (FRF) de deslocabilidade do sistema e representa o modelo de resposta.

O elemento geral da matriz das funções de resposta de frequência (FRF) de deslocabilidade, $\alpha_{jk}(\omega)$, é definida por:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \left(\frac{X_j}{F_j} \right); F_m = 0; m = 1, N; \neq k \quad (2.44)$$

Que é a representação individual da função de resposta de frequência (FRF) de deslocabilidade, que é similar a expressão anteriormente definida para sistemas de um grau de liberdade (SDOF).

Assim, é possível determinar o valor dos elementos da matriz $[\alpha(\omega)]$ para qualquer frequência (ω) de interesse, simplesmente pela substituição dos valores apropriados na equação (2.42). No entanto, este tipo de cálculo envolve a inversão de uma matriz para cada frequência, o que apresenta diversas desvantagens, tais como:

- 1- Cálculo numérico demasiado pesado para sistemas com elevados graus de liberdade.

- 2- Calculo pouco eficiente quando se pretende conhecer apenas algumas funções de resposta em frequência (FRFs).
- 3- Não fornece várias propriedades das funções de resposta de frequência (FRFs).

Por estas, e outras razões é aplicada uma forma alternativa de determinação dos parâmetros das funções de resposta em frequência (FRFs) baseado nas propriedades modais do sistema.

Voltando á equação (2.40) podemos rescreve-la da seguinte forma:

$$[\alpha(\omega)]^{-1} = ([K] - \omega^2 [M]) \quad (2.45)$$

Multiplicando ambas os membros da equação anterior primeiro por $[\Phi]^T$ e posteriormente multiplicando por $[\Phi]$ iremos obter:

$$[\Phi]^T [\alpha(\omega)]^{-1} [\Phi] = [\Phi]^T ([K] - \omega^2 [M]) [\Phi] \quad (2.46)$$

ou

$$[(\bar{\omega}_r^2 - \omega^2)] = [\Phi]^T [\alpha(\omega)]^{-1} [\Phi] \quad (2.47)$$

O que implica ter:

$$[\alpha(\omega)] = [\Phi] [(\bar{\omega}_r^2 - \omega^2)]^{-1} [\Phi]^T \quad (2.48)$$

Fica claro a partir da equação anterior que a matriz deslocabilidade $[\alpha(\omega)]$ é simétrica, e onde se aplica o principio da reciprocidade. Implicando desta forma que:

$$\alpha_{jk} = \left(\frac{X_j}{F_k} \right) = \alpha_{kj} = \left(\frac{X_{jk}}{F_j} \right)$$

Através da equação (2.48) podemos calcular qualquer parâmetro de uma função de resposta em frequência (FRF), $\alpha_{jk}(\omega)$, pertencente a matriz de função de resposta em frequências (FRFs) de deslocabilidade, usando a seguinte formula:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(\phi_{jr})(\phi_{kr})}{\bar{\omega}_r^2 - \omega^2} = \sum_{r=1}^N \frac{(\psi_{jr})(\psi_{kr})}{m_r(\bar{\omega}_r^2 - \omega^2)} \quad (2.49)$$

Ou por:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{{}_r A_{jk}}{\bar{\omega}_r^2 - \omega^2} \quad (2.50)$$

As equações anteriores resultam da multiplicação da linha j^{th} da matriz $[\Phi]$ pela matriz diagonal de frequências que posteriormente multiplicam pela coluna k^{th} da matriz $[\Phi]^T$. Esta forma para a obtenção da matriz de função de resposta em frequência (FRF) é muito mais informativa e simples que a obtenção por inversão como na equação (2.42).

Na equação (2.50) foi introduzido um novo parâmetro, ${}_r A_{jk}$, designado por constante modal, ou resíduo e pode servir para avaliar o coeficiente de amortecimento.

2.1.2.2- Modelo modal- Sistemas amortecidos

Numa abordagem mais geral de sistemas amortecidos, é conveniente referir o primeiro caso de amortecimento, que podemos classificá-lo de especial, pois, tem como principal vantagem a facilidade de ser analisado. A vantagem particular de se usar o modelo de amortecimento proporcional na análise de estruturas ou equipamentos mecânicos, é o facto de os modos de vibração do sistema em estudo serem idênticos aos modos obtidos num sistema não-amortecido.

De uma forma mais específica podemos dizer que os modos de vibração naturais do sistema são idênticos e as frequências naturais são muito semelhantes aos de um sistema não-amortecido. É possível derivar as propriedades modais de um sistema com amortecimento proporcional através da análise do não-amortecimento e corrigindo-o para a presença de amortecimento. Este procedimento é geralmente aplicado na análise modal teórica, mas só é válido para este caso especial, que geralmente não é aplicável em casos reais estudados em ensaios de análise modal experimental.

A equação do movimento para um sistema com múltiplos graus de liberdade (MDOF) tem a forma :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.51)$$

No caso de a matriz amortecimento resultar da combinação linear entre as matrizes massa e rigidez, pode ser expressa da seguinte forma:

$$[C] = \beta[K] + \gamma[M] \quad (2.52)$$

Ao pré e pós-multiplicarmos a matriz amortecimento pela matriz de vetores próprios do sistema não amortecido, temos:

$$[\Psi]^T [C] [\Psi] = \beta [\Psi]^T [K] [\Psi] + \gamma [\Psi]^T [M] [\Psi] = \beta [k_r] + \gamma [m_r] = [c_r] \quad (2.53)$$

Onde os elementos c_r , da matriz diagonal $[c_r]$, representam o amortecimento modal dos vários modos de vibração do sistema. O facto de a matriz ser também diagonal significa que os modos de vibração do sistema com amortecimento proporcional são idênticos aos do sistema não amortecido.

Deduzindo de forma idêntica á efetuada no sistema não-amortecido para o regime de excitação forçada harmónica, podemos definir um componente da matriz de função de resposta em frequência (FRF) na forma:

$$a_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(\psi_{jr})(\psi_{jk})}{(k_r - \omega^2 m_r) + i(\omega c_r)} \quad (2.54)$$

$$\text{Fazendo } \zeta_r = \frac{c_r}{2\sqrt{k_r m_r}} \Leftrightarrow \frac{c_r}{m_r} = 2\zeta_r \bar{\omega}_r$$

$$\text{E sabendo que } \bar{\omega}_r = \sqrt{\frac{k_r}{m_r}} \text{ e } \phi_{jr}\phi_{kr} = \frac{1}{m_r}\psi_{jr}\psi_{kr}$$

É possível escrever a função $\alpha_{jk}(\omega)$, da seguinte forma:

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(\phi_{jr})(\phi_{jk})}{(\bar{\omega}_r^2 - \omega^2) + i(2\omega\zeta_r\bar{\omega}_r)} \quad (2.55)$$

Ou

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{{}_r A_{jk}}{(\bar{\omega}_r^2 - \omega^2) + i(2\omega\zeta_r\bar{\omega}_r)} \quad (2.56)$$

Onde, de uma forma idêntica á apresentada pela expressão 2.43, ${}_r A_{jk} = \phi_{jr}\phi_{kr}$, é então chamada de constante modal.

A equação (2.56) assemelha-se muito á do sistema não amortecido, exceto que neste caso o denominador é complexo como resultado da introdução do amortecimento.

Outro tipo amortecimento, é designado por amortecimento viscoso geral.

Para este caso a equação do movimento é dada por:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.57)$$

Assumindo que a solicitação é harmónica:

$$\{f(t)\} = \{F\}e^{i\omega t} \quad (2.58)$$

Admitindo a resposta harmónica do tipo:

$$\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t} \quad (2.59)$$

Substituindo na equação do movimento obtêm-se:

$$[[K] - \omega^2[M] + i\omega[C]]\{X\}e^{i\omega t} = \{F\}e^{i\omega t} \quad (2.60)$$

Podemos então escrever a resposta forçada através:

$$\{X\} = [[K] - \omega^2[M] + i\omega[C]]^{-1} \{F\} \quad (2.61)$$

Ou

$$\{X\} = [\alpha(\omega)]\{F\} \quad (2.62)$$

Nos casos anteriores a equação (2.62), não é particularmente conveniente de ser usada em aplicações numéricas. De uma maneira idêntica á anterior, deve-se tentar obter uma expansão em serie das expressões das funções de resposta em frequência (FRFs).

Para o caso do amortecimento viscoso há necessidade de reformular as equações de modo a atingir o objetivo pretendido.(Ewins, 2000.)

Desta forma, define-se um novo vetor de coordenadas y , de ordem $2N$, que contem os deslocamentos x , e as velocidades \dot{x} :

$$y = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} (2N \times 1) \quad (2.63)$$

Assim, a equação do movimento, admitindo o regime livre, é dada por:

$$[C|M]_{N \times 2N} \{\dot{y}\}_{2N \times 1} + [K|0]\{y\} = \{0\}_{N \times 1} \quad (2.64)$$

No entanto, nesta forma temos N equações e $2N$ incógnitas. No entanto ao adicionar uma equação identidade do tipo:

$$[M|0]\{\dot{y}\} + [0|-M]\{y\} = 0 \quad (2.65)$$

Que pode ser combinada com a equação (2.64), originando um conjunto de $2N$ equações, tem-se:

$$\begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \{\dot{y}\} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} \{y\} = 0 \quad (2.66)$$

Que pode ser simplificada para:

$$[A]\{\dot{y}\} + [B]\{y\} = \{0\} \quad (2.67)$$

Estas equações estão agora na forma geral valores próprios e assumindo uma solução do tipo $y = ye^{st}$, obtemos um sistema de valores e vetores próprios, cuja solução é constituída por $2N$ valores e vetores próprios, respetivamente, s_r e θ_r , que em conjunto, satisfazem a equação:

$$(s_r [A] + [B])\{\theta\}_r = \{0\}; \quad r = 1, 2N \quad (2.68)$$

Este problema de vetores e valores próprios, em geral, possui soluções complexas agrupadas em pares conjugados. As soluções possuem propriedades de ortogonalidade que podem ser expressas por:

$$\begin{aligned} [\Theta]^T [A] [\Theta] &= [a_r] \\ [\Theta]^T [B] [\Theta] &= [b_r] \end{aligned} \quad (2.69)$$

Que tem a característica:

$$s_r = \frac{b_r}{a_r}; r = 1, 2N \quad (2.70)$$

Considerando agora a excitação aplicada e expressando o vetor força no novo sistema de coordenadas:

$$\{p\}_{(2N \times 1)} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.71)$$

Assumindo uma resposta igualmente harmónica e fazendo uso do desenvolvimento anterior de expressões de forma de resposta de frequência (equações (2.41) e (2.49)), podemos escrever:

$$\begin{Bmatrix} X \\ \dots \\ i\omega X \end{Bmatrix}_{2N \times 1} = \sum_{r=1}^{2N} \frac{\{\theta\}_r^T \{p\} \{\theta\}_r}{\alpha_r (i\omega - s_r)} \quad (2.72)$$

Onde $\{\theta\}_r$ é r ésimo valor próprio do modo de vibração para um sistema com amortecimento viscoso.

Contudo devido aos valores e vetores próprios, ocorrem pares conjugados complexos, e a equação anterior pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} X \\ \dots \\ i\omega X \end{Bmatrix}_{2N \times 1} = \sum_{r=1}^N \left(\frac{\{\theta\}_r^T \{p\} \{\theta\}_r}{\alpha_r (i\omega - s_r)} + \frac{\{\theta\}_r^H \{\theta\}_r^*}{\alpha_r^* (i\omega - s_r^*)} \right) \quad (2.73)$$

Nesta fase é conveniente extrair o parâmetro resposta, X_j , resultante de uma força única como, F_k . Assim, a expressão para um elemento da matriz função de resposta de frequência (FRF) vem:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left(\frac{(\theta_{jr})(\theta_{kr})}{\alpha_r \left(\omega_r \zeta_r + i \left(\omega - \omega_r \left(\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) \right) \right)} + \frac{(\theta_{jr})^* (\theta_{kr})^*}{\alpha_r^* \left(\omega_r \zeta_r + i \left(\omega - \omega_r \left(\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) \right) \right)} \right) \quad (2.74)$$

A qual pode ser escrita na forma:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left(\frac{{}_r A_{jk}}{\left(\omega_r \zeta_r + i \left(\omega - \omega_r \left(\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) \right) \right)} + \frac{{}_r A_{jk}^*}{\left(\omega_r \zeta_r + i \left(\omega - \omega_r \left(\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) \right) \right)} \right) \quad (2.75)$$

Onde, ${}_r A_{jk} = \frac{\theta_{jr} \theta_{jk}}{\alpha_r}$ é denominada por constante modal.

A equação 2.75 pode ser apresentada de uma forma idêntica à equação 2.56, mostrando em ambos os casos que tanto o numerador como o denominador da expressão são complexos e que no caso do amortecimento viscoso, o numerador é também dependente da frequência.

2.1.3-Análise modal experimental

Análise modal experimental é o processo de determinação dos parâmetros modais de um sistema linear, invariante no tempo, por meio de uma abordagem experimental. Como já foi referido anteriormente, os parâmetros modais podem ser obtidos por meios analíticos, como é o caso da abordagem numérica na análise por elementos finitos, ou

por via experimental. A razão mais comum para análise modal experimental é a validação ou correção dos resultados da abordagem analítica.

O intuito da análise modal experimental é a obtenção de um modelo matemático do sistema em estudo, que possa descrever com boa aproximação o comportamento dinâmico de uma estrutura ou equipamento mecânico, pois, as curvas das funções de resposta em frequência (FRFs) obtidas experimentalmente não descrevem de uma forma direta as propriedades modais do sistema. Estas funções podem ser identificadas com recurso a modelos que aproximam as funções teóricas às obtidas experimentalmente. Devido a erros ou problemas verificados durante a análise experimental, todas essas curvas possuem ligeiros erros ou incoerências entre elas, problemas que são filtrados através duma identificação de um modelo matemático para o sistema.

O método da análise modal experimental mais comum consiste em excitar a estrutura e medir os sinais de força de excitação e os sinais de resposta nos pontos considerados. Os sinais de excitação e resposta são enviados a um analisador de sinais, que estima as Funções de Resposta em Frequência (FRFs) entre os pontos medidos, ou, as Funções de Resposta ao Impulso (FRIs) entre os mesmos pontos. A análise modal experimental é assim concluída por meio da aplicação de métodos de identificação de parâmetros nas funções obtidas diretamente do ensaio. As técnicas de identificação dos parâmetros modais podem ser classificadas segundo diversos critérios.

Um possível esquema experimental para a análise modal é apresentado na Figura 2.3. O princípio subjacente ao ensaio experimental assenta na conjugação de duas ações seguintes:

Provoca-se a excitação da estrutura através de um excitador cuja ação é medida através de um sensor de força. Por outro lado recolhe-se a resposta da estrutura através de um transdutor de resposta que é lida num analisador espectral que combina a resposta com a excitação obtendo-se a função de resposta em frequência (FRF). Esta função é de seguida identificada recorrendo a modelação direta na parte teórica pela expressão 2.56 obtendo-se os parâmetros modais pretendidos.

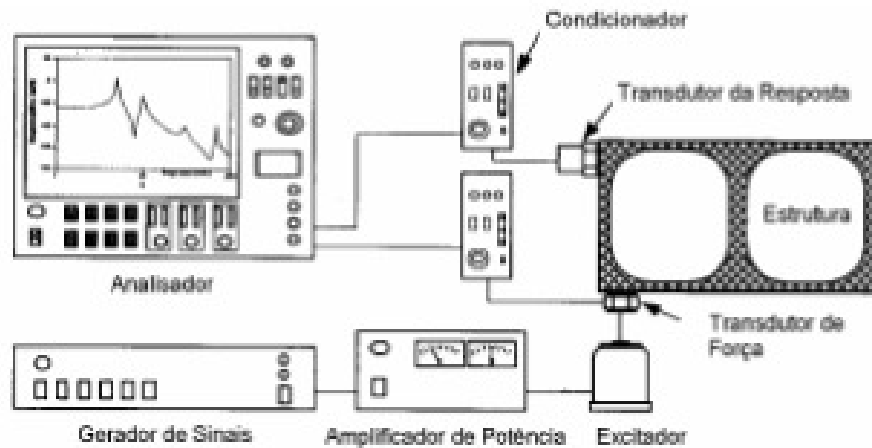


Figura 2. 3- Esquema análise modal experimental (Maia & Silva, 1997)

Os parâmetros modais determinados experimentalmente podem servir como modelo para outras e permitir assim a sua utilização em modificações estruturais.

A análise modal experimental verifica e/ou explica os problemas de dinâmica de vibrações, resolvidos através de modelos analíticos, ou numéricos. A análise modal permite assim dar mais confiança na obtenção da resposta para o problema dinâmico sendo muitas vezes uma parte importante do processo.

O procedimento da análise modal experimental envolve várias fases e o seu resultado depende da compreensão de cada uma dessas fases. O sucesso de cada teste experimental depende das especificações de cada caso. Tais especificações afetam cada fase do teste experimental no que diz respeito à redução dos erros associados a cada teste. (Allemang, R.J,1999)(Ewins, 2000).

Assim, podemos classificar as fases de um ensaio experimental da seguinte forma.

- **Abordagem do Problema pela Teoria da Análise Modal** – Determinação de uma forma teórica das frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibração. Esta abordagem inclui todos os modos de vibração bem como soluções possíveis para os parâmetros modais. Logo é de grande importância o conhecimento do sistema em estudo, pois, é a partir disso que será feito um equacionamento correto e assim proceder com a metodologia experimental que melhor se adequar ao problema

- **Escolha do Método de Análise modal experimental** – A relação entre grandezas medidas na teoria da análise de vibrações, é geralmente representada como uma matriz de equações diferenciais. Os dados de entrada e de saída podem ser medidos nos domínios de tempo ou frequências, sendo processados como um impulso, ou funções de resposta de frequência. Na maioria dos métodos atuais os dados são processados como funções de resposta de frequência. A escolha dos métodos de análise modal experimental condiciona a forma como os dados são adquiridos e processados.

- **Escolha da Forma de Aquisição de Dados Modais** – Está relacionado com os aspetos práticos da aquisição de dados necessários para se estimar os parâmetros modais. Abrange a parte de processamento do sinal e as metodologias de medição. Tem em consideração a identificação das fontes de erro, bem como a linearidade do sistema e a invariância no tempo dos parâmetros modais do sistema. Este aspeto é tanto mais importante quando se lida com uma quantidade grande de dados e deve assegurar que os mesmos correspondem aos requisitos teóricos.(Bemdat, J.S, 1971)

- **Estimação de Parâmetros Modais** – Através dos dados adquiridos, são estimados os parâmetros modais a partir de um modelo matemático definido pelo método de análise experimental. Técnica normalmente conhecida como identificação modal. Os problemas ocorridos nesta fase surgem de incongruências das fases anteriores, estes podem resultar na invalidação total do ensaio de análise modal experimental. Contudo, há técnicas de aquisição de dados que podem minimizar este tipo de erro, como veremos mais a frente.

- **Validação dos Dados Modais** – Permite a visualização física ou interpretação dos parâmetros modais. Geralmente a apresentação dos dados modais envolve a animação de tais informações. Isto envolve a informação adicional requerida para construir uma representação tridimensional do objeto de ensaio.

Através da Figura 2.4 é possível observar a representação de todas as fases do processo de análise modal experimental, a partir uma estrutura simples, uma viga livre, discretizada em diversos nós.

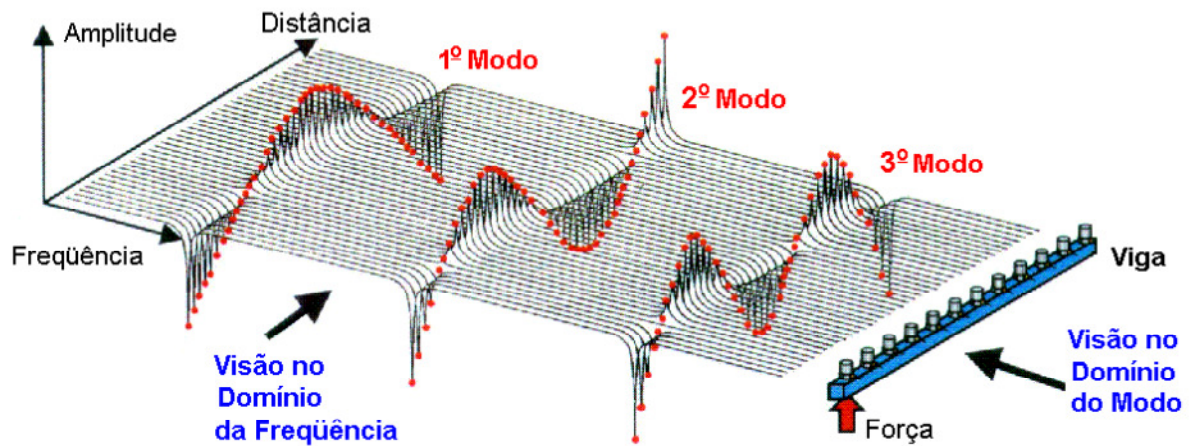


Figura 2. 4- Análise modal de uma viga livre (Brüel & Kjaer; 2004).

Desde que foram feitas as primeiras análises modais experimentais, ficou definido que em cada ensaio é necessário conseguir alcançar três objetivos: (Ewins, 2000)

- Determinar a natureza e níveis de vibração durante uma operação;
- Determinar as propriedades essenciais do material quando sujeito a cargas dinâmicas, como a capacidade de amortecimento, atrito e resistência à fadiga;
- Verificar modelos teóricos e as previsões de vários fenômenos dinâmicos que são caracterizados como parâmetros modais.

Estes objetivos podem ser cumpridos recorrendo a dois tipos de análise modal experimental. No primeiro tipo de análise experimental, as forças de vibração são medidas durante uma operação da máquina ou estrutura em estudo. No segundo tipo a estrutura ou componente é excitado aplicando uma força conhecida, controlada por um equipamento experimental, muitas vezes fora do seu ambiente normal de serviço.

Este segundo tipo de teste é efetuado em condições mais controladas que o primeiro, por isso fornece uma informação mais precisa e detalhada. A escolha do equipamento experimental a utilizar requer um conhecimento prévio mesmo que pouco pormenorizado sobre o comportamento dinâmico da estrutura.(Meireles, J.,2007). Este tipo de teste incluindo o sistema de aquisição de dados e a consequente análise é o mais comum na análise modal experimental.

Obtidas as propriedades modais da estrutura podem-se comparar as propriedades obtidas com um modelo teórico desenvolvido previamente o que permite fechar o ciclo de caracterização dinâmica da estrutura. Esta aplicação surge da necessidade de validar o modelo teórico prevendo que este pode ser ajustado à realidade física.

Para esta aplicação específica é necessário obter com segurança e credibilidade as frequências naturais de vibração, bem como a descrição dos modos de vibração com detalhe e descrição suficientes que permitam efetuar uma relação de ajustamento mutuo com o modelo teórico.

2.1.3- Parâmetros Modais e a Influencia do Ensaio nos Parâmetros Modais

A identificação dos parâmetros modais é uma forma de identificação do modelo do sistema. Portanto, independentemente da forma como são medidos os parâmetros modais, a forma do modelo utilizado para representar os dados experimentais pode ser expresso num modelo modal utilizando informação temporal (tempo ou frequência) e espacial.

A metodologia tradicional de identificação de parâmetros na análise modal de estruturas é realizada a partir de sinais medidos, da força de entrada e de resposta da estrutura em condições laboratoriais controladas. A determinação dos parâmetros modais a partir dos dados experimentais envolve diversas etapas e o sucesso deste processo depende da correta avaliação da resposta em cada uma das etapas.

A identificação dos parâmetros modais mais atual é baseada no domínio em que esta é realizada. Assim, podemos identificar os parâmetros modais no domínio do tempo, e no domínio da frequência. (Carrascosa Luís I., Busturia Jesús M., 1985)

As técnicas no domínio do tempo, utiliza funções de resposta ao impulso FRI, (transformada de Fourier inversa da função de resposta de frequência (FRF)), para identificação dos parâmetros modais. Estas técnicas são aplicadas, especialmente nos casos de estruturas com frequências naturais muito baixas. (Ewins, 2000).

As técnicas que atuam no domínio da frequência, usam a função de resposta de frequência (FRF) no processo de identificação dos parâmetros modais, fornecem melhores resultados quando a banda é estrita e o número de modos de vibrações é presente no intervalo de frequências é reduzido.(Ribeiro, P., 1994).

Contudo os métodos no domínio da frequência não permitem identificar os parâmetros fora da gama de frequências em análise. Sendo em muitos casos conveniente usar os dois métodos conjugando as vantagens de ambos. (Ribeiro, P., 1994).

Uma perspectiva mais interessante para análise no domínio da frequência, é perceber que o espectro de frequência define completamente o sinal de vibração e nenhuma informação é perdida pela conversão do domínio do tempo para o da frequência. As representações em ambos os domínios podem ser visualizadas na Figura 2.5

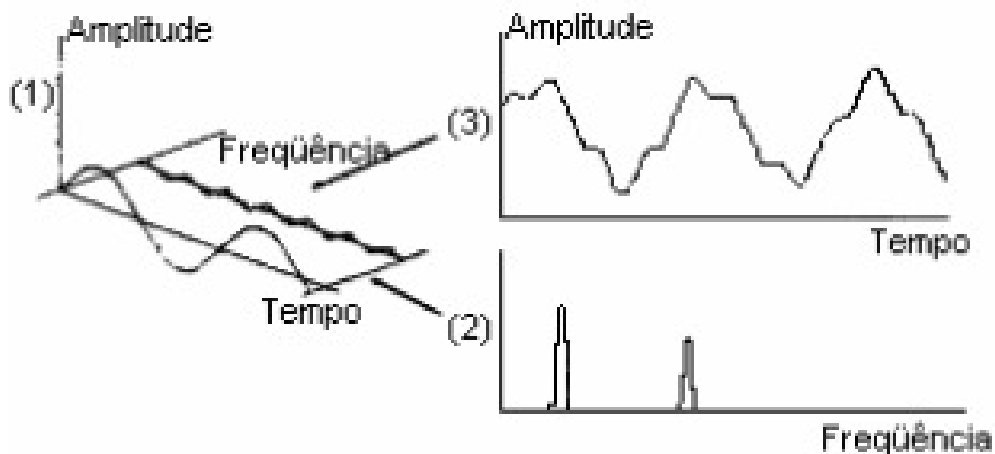


Figura 2. 5- Relação entre domínio do tempo e domínio da frequência (Newland, 1984).

As técnicas de identificação dos parâmetros modais podem ainda ser classificadas quando ao número de modos de vibração naturais que são analisados simultaneamente. É possível analisar somente um modo de cada vez, admitindo que o sistema em estudo possui o comportamento semelhante a um sistema de um grau de liberdade (SDOF), ou analisar em simultâneo vários modos de vibração (MDOF).

A utilização dos métodos SDOF são possíveis apenas nas técnicas que trabalham segundo o domínio da frequência, pois, as que operam no domínio do tempo apenas são possíveis nos métodos (MDOF). (Ribeiro, P., 1994).

A identificação modal pode ainda ser realizada do ponto de vista da globalidade do método (Carrascosa Luís I., Busturia Jesús M., 1985). Estas condições são em grande parte uma função do número de canais de aquisição ou fontes de excitação que estão disponíveis. Em geral, a melhor situação de teste é o de configuração “Multi-Input/Multi-Output”(MIMO), pois os dados são recolhidos no menor tempo possível com o menor número de mudanças nas condições de teste.

Existem métodos de identificação dos parâmetros modais que, analisam uma só função resposta em frequência (FRF) de cada vez, “Single Input/Single-Output”(SISO). Este método, para além de ser um processo muito moroso é propício à existência de incoerências entre as diversas funções de resposta de frequência (FRFs). (Zang Lingmi, Yao Yigxian, 1987)

A figura 2.6 ilustra o modelo de sistema “Single Input/Single-Output”(SISO).

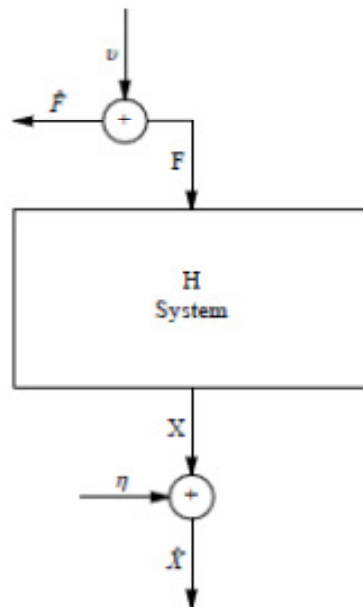


Figura 2. 6- Sistema “Single Input/Single-Output”(SISO).(J. Allemang, June, 2001)

Onde:

$F = \dot{F} - \nu =$ Sinal de Entrada

$X = \dot{X} - \eta =$ Sinal de Saída

\dot{X} = Espectro da saída medida

\dot{F} = Espectro da entrada medida

H = Função da Resposta em Frequência

ν = Espectro entrada

η = Espectro de saída

X = Vetor das amplitudes de vibração de Saída de dimensão $N \times 1$

F = Vetor das amplitudes de vibração de Entrada de dimensão $N \times 1$

Posteriormente, e com a intenção de minimizar as desvantagens do processo anterior surgiram métodos que permitem analisar várias funções de resposta de frequência (FRFs) em simultâneo.

São os métodos, “Single-Input/ Multi-Output) (SIMO), onde o ponto de excitação é fixo, variando os pontos de resposta. Os parâmetros modais são únicos para o grupo de funções de resposta de frequência (FRFs), definindo assim o modelo do sistema. Na teoria quando o ponto de excitação é fixo e varia o ponto de resposta, as funções de resposta de frequência (FRFs) obtidas definem todos os parâmetros modais. No entanto na prática há alguma informação, nomeadamente, modos de vibração que são perdidos. Este método apresenta ainda a dificuldade de lidar com modos muito aproximados. (Zang Lingmi, Yao Yigxian, 1987)

Ainda dentro dessa forma de classificação, existem os métodos “Multi-Input /Single-Output” (MISO) e “Multi-Input/Multi-Output”(MIMO). Este ultimo método permite analisar em simultâneo várias funções de resposta de frequência (FRFs), resultantes de vários pontos de excitação e vários pontos de resposta, permite uma

maior precisão na estimativas das funções de resposta de frequência (FRFs) e reduz o tempo despendido na análise modal experimental.

Este tipo de método de identificação dos parâmetros modais é mostrado na figura 2.7.

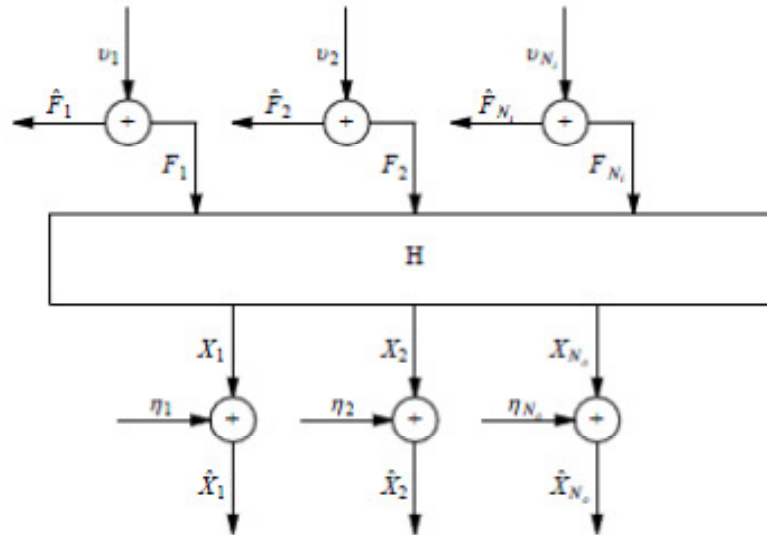


Figura 2. 7- Sistema “Multi-Input/Multi-Output”(MIMO)(J. Allemang,June 2001).

As análises MISO ou MIMO obrigam ao tratamento de resultados mais pesados, o que obriga a utilização de equipamentos mais dispendiosos.

2.1.4.1-Métodos SDOF

Os dois métodos mais utilizados na identificação dos parâmetros modais para sistemas com um grau de liberdade (SDOF), são o Método de Identificação dos Picos e o Método do Circulo.

O Método de Identificação dos Picos, é bastante aplicado a estruturas que apresentam modos bem separados e com algum amortecimento, podendo assim, identificar os parâmetros modais do sistema em estudo através dos picos presentes no gráfico da função de resposta em frequência (FRF). Este método, embora simples, ajusta bem os resultados a modelos com poucos graus de liberdade.

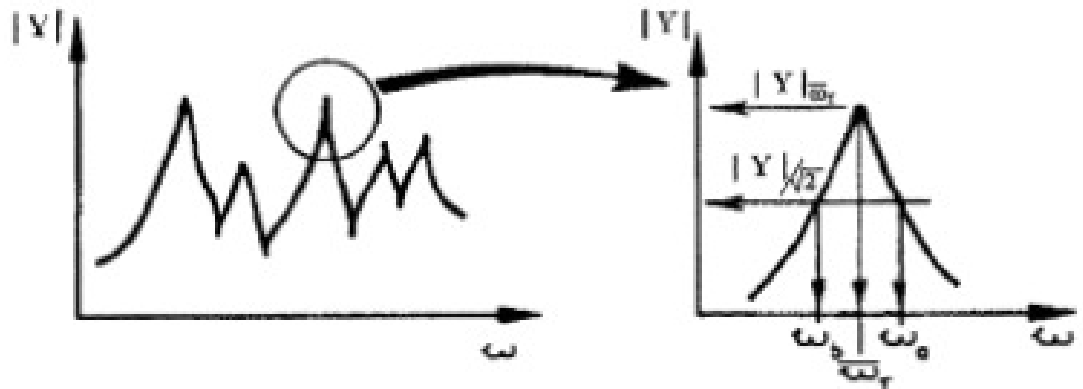


Figura 2. 8-Identificação dos Picos (Ewins, 2000)

Onde:

$[Y]$ = Amplitude da FRF

ω = Frequência

Este método é aplicado da seguinte forma:

- Detetar os picos da FRF, desta forma são isolados os diversos modos a identificar. Em cada modo deve ser localizada frequência para a qual a magnitude da FRF é máxima, essa é a frequência natural do modo em estudo ($\bar{\omega}_r$).
- Máximo valor da FRF é designado por $|Y|_{\bar{\omega}_r}$, determinar a gama de frequências ($\Delta\omega$), para as quais a FRF tem valor $|Y|_{\bar{\omega}_r}/\sqrt{2}$, sendo os pontos limites da gama de frequências ω_b e ω_a denominados por “half-power points”, pontos de média potência.
- O amortecimento em estudo é estimado através das propriedades do círculo de Nyquist por:

$$\zeta = \frac{\omega_a - \omega_b}{2\bar{\omega}_r} = \frac{\Delta\omega}{2\bar{\omega}_r} \quad (2.76)$$

- Por fim é possível obter uma estimativa da constante modal do modo em questão, assumindo que a FRF é totalmente devida a um só modo temos:

$${}_r A_{jk} = |Y| \omega_r^2 \zeta \quad (2.77)$$

De notar que a precisão dos valores do amortecimento e constante modal dependem em grande parte do valor da precisão da medição da função de resposta de frequência (FRF).

Para este método só é possível obter constantes modais reais, o que origina modos reais, isto significa, estruturas com amortecimento proporcional.

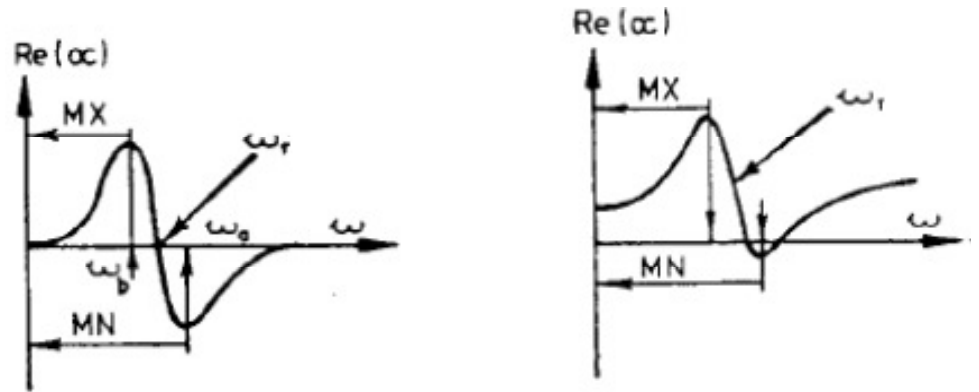


Figura 2. 9– Parte Real da Função de resposta em Frequência (FRF). (Ewins, 2000)

O método do círculo, assim como o anterior, enquadra-se no grupo dos método SDOF.

A FRF mobilidade com amortecimento proporcional, expressão (2.8), pode ser rescrita na forma:

$$Y_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N i\omega \frac{\psi_{rj} \psi_{rk}}{(k_r - \omega^2 m_r) + i(\omega c_r)} = \sum_{r=1}^N i\omega \frac{{}_r B_{jk}}{(k_r - \omega^2 m_r) + i(\omega c_r)} \quad (2.78)$$

Para um determinado modo r , a equação anterior pode ser escrita na forma:

$$Y_{jk}(\omega) = i\omega \frac{{}_r B_{jk}}{(k_r - \omega^2 m_r) + i(\omega c_r)} + \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^N i\omega \frac{{}_s B_{jk}}{(k_s - \omega^2 m_s) + i(\omega c_s)} \quad (2.79)$$

Como é um sistema com um grau de liberdade (SDOF), admite-se que o segundo termo do segundo membro da igualdade, é independente da frequência. Assim a expressão pode ser escrita na forma:

$$Y_{jk}(\omega) = i\omega \frac{{}_r B_{jk}}{(k_r - \omega^2 m_r) + i(\omega c_r)} + {}_r D_{jk} \quad (2.80)$$

Tomando ${}_r B_{jk}$, como valor unitário e ${}_r D_{jk}$, como valor nulo temos:

$$Y_{jk}(\omega) = \frac{i\omega}{(k_r - \omega^2 m_r) + i(\omega c_r)} \quad (2.81)$$

Ou separando as partes, real e imaginária da mobilidade:

$$\text{Re}(Y_{jk}(\omega)) = \frac{\omega^2 c_r}{(k_r - \omega^2 m_r)^2 + i(\omega c_r)^2} \quad (2.82)$$

$$\text{Im}(Y_{jk}(\omega)) = \frac{i\omega(k_r - \omega^2 m_r)}{(k_r - \omega^2 m_r)^2 + i(\omega c_r)^2} \quad (2.83)$$

Estas expressões podem representar-se no espaço de Argant, como se mostra na figura 2.10.

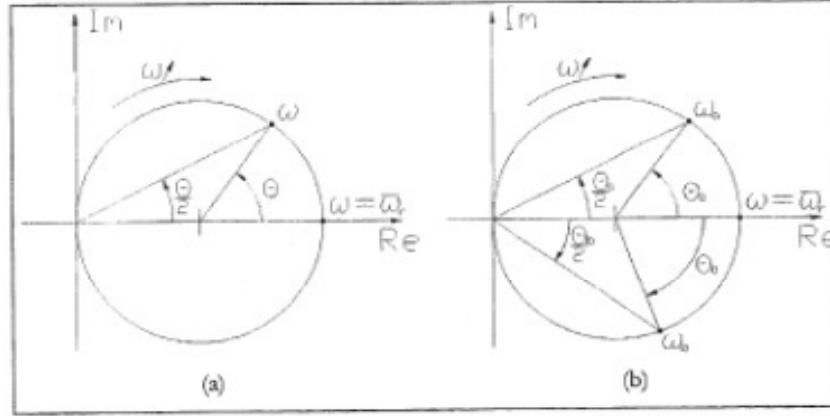


Figura 2. 10- Propriedade Circulo modal.

Pela figura 2.10, a equação do círculo para qualquer frequência, ω , tomará a seguinte forma:

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\text{Im}(Y_{jk}(\omega))}{\text{Re}(Y_{jk}(\omega))} = \frac{(k_r - \omega^2 m_r)}{\omega c_r} = \frac{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}_r}\right)^2\right)}{\frac{\omega c_r}{k_r}} = \frac{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}_r}\right)^2\right)}{\frac{2\zeta_r \omega}{\bar{\omega}_r}} \quad (2.84)$$

Voltando a figura 2.10, considerando um ponto antes, (ω_b) e outro ponto após, (ω_a) , obtém-se:

$$\tan\left(\frac{\theta_b}{2}\right) = \frac{1 - \left(\frac{\omega_b}{\bar{\omega}_r}\right)^2}{\left(\frac{2\zeta_r \omega_b}{\bar{\omega}_r}\right)} \quad (2.85)$$

$$\tan\left(\frac{\theta_a}{2}\right) = \frac{\left(\left(\frac{\omega_a}{\bar{\omega}_r}\right)^2 - 1\right)}{\left(\frac{2\zeta_r \omega_a}{\bar{\omega}_r}\right)} \quad (2.86)$$

Somando as duas expressões anteriores e resolvendo em ordem a ζ , tem-se:

$$\zeta_r = \frac{(\omega_a^2 - \omega_b^2)}{2\bar{\omega}_r \left(\omega_b \tan \frac{\theta_b}{2} \right) + \omega_a \tan \left(\frac{\theta_a}{2} \right)} \quad (2.87)$$

Para o caso de $\theta_a = \theta_b = 90^\circ$, temos:

$$\zeta_r = \frac{\omega_a - \omega_b}{2\bar{\omega}_r} \quad (2.88)$$

A identificação dos parâmetros modais usando o método do círculo, é realizado pela seguinte sequência: (Ewins, 2000)

- Selecionar número fixo de pontos a ser usados. Nunca devem ser menos de 6 pontos. Devem abranger aproximadamente 270° do círculo.
- Determinar o círculo que melhor se ajusta aos pontos selecionados, através da técnica dos mínimos quadrados.
- Deduzir a frequência á qual ocorre a taxa de varrimento máximo, que corresponde a frequência natural.
- Calcular diversos valores de amortecimento, usando diversas combinações entre pontos situados acima e abaixo da frequência natural. Através dos valores obtidos é possível calcular o valor medio. Valores com desvio relativo ao valor medio de 4 a 5% são significado de bons resultados, caso esses desvios se aproximem de 20 a 30%, temos maus resultados.
- Por fim determina-se a magnitude e a fase da constante modal, através do raio e rotação do círculo relativos aos eixos real e imaginário.

2.1.4.2- Métodos MDOF

Existem diversas situações na análise modal experimental onde, a aproximação a um sistema com um grau de liberdade (SDOF) é inadequada. Para estas situações há uma grande diversidade de técnicas classificadas como métodos de múltiplos graus de

liberdade (MDOF) de ajustamento de curvas. Para além dos casos impróprios de aproximação SDOF, existem os casos onde o amortecimento é muito pequeno e os modos de vibração são pouco espaçados. Neste caso as medições tornam-se demasiado difíceis de se obter e contêm muitos erros.

Entre as técnicas de múltiplos graus de liberdade (MDOF), destacam-se o método da exponencial complexa e o método dos mínimos quadrados. O primeiro modelo é uma técnica de análise modal aplicada no domínio do tempo, usando a função de resposta de impulso (FRI). Esta técnica pode ainda ser melhorada se lhe adicionarmos o método dos mínimos quadrados para ajustar as FRI. (Rodrigues J.D, 1988).

O método dos mínimos quadrados, é geralmente aplicado no domínio da frequência, usando a função de resposta em frequência (FRF).

A análise inicia-se com a expressão da deslocabilidade de um sistema com múltiplos graus de liberdade. (MDOF)

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left(\frac{{}_r A_{jk}}{\left(\omega_r \zeta_r + i \left(\omega - \omega_r \left(\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) \right) \right)} + \frac{{}_r A_{jk}^*}{\left(\omega_r \zeta_r + i \left(\omega - \omega_r \left(\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) \right) \right)} \right) \quad (2.89)$$

A qual pode ser rescrita na forma:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left(\frac{{}_r u_{jk} + i {}_r v_{jk}}{(-\delta_r + i(\omega - \omega_{dr}))} + \frac{{}_r u_{jk} - i {}_r v_{jk}}{(-\delta_r + i(\omega + \omega_{dr}))} \right) \quad (2.90)$$

ou

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^{2N} \left(\frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r \zeta_r + i(\omega - \omega'_r)} \right) \quad (2.91)$$

Onde:

$$\begin{aligned}\omega_r \zeta_r &\rightarrow \text{amortecimento modal} \\ \omega'_r = \omega_r \left(\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) &\rightarrow \text{freq. natural amortecida}\end{aligned}\quad (2.92)$$

Sendo $\Delta\omega$ o espaçamento com que é definida a função de resposta de frequência (FRF) e ω_i a frequência natural inicial, para a faixa de frequências em análise. O erro quadrático associado a aproximação do $k^{\text{ésimo}}$ ponto relativo a frequência $\omega_k \left(\omega_k = \omega_i + \Delta\omega(k-1) \right)$, é dado por: (Richardson Mark, 1988).

$$E_k^2 = \left(\alpha_e(\omega_k) - \alpha_a(\omega_k) \right)^2 \quad (2.93)$$

Onde α_e , é a FRF obtida de forma experimental e α_a é a FRF obtida analiticamente e que se pretende representar com boa aproximação à forma experimental. Assim, o erro associado aos pontos onde esta definida a FRF, é dada por:

$$E_t = \sum_{k=1}^M E_k^2 = \sum_{k=1}^M \left(\alpha_e(\omega_k) - \alpha_a(\omega_k) \right)^2 \quad (2.94)$$

Substituindo a expressão para a FRF analítica, vem:

$$E_t = \sum_{k=1}^M \left(\alpha_e(\omega_k) - \sum_{r=1}^N \frac{u_r + iv_r}{(i\omega_k - \lambda_r)} + \frac{u_r + iv_r}{(i\omega_k - \lambda_r^*)} \right)^2 \quad (2.95)$$

A equação anterior pode ser rescrita na forma:

$$E_t = \sum_{k=1}^M \left(\alpha_e(\omega_k) - \sum_{r=1}^N u_r C_{rk} + v_r S_{rk} \right)^2 \quad (2.96)$$

Onde:

$$\begin{aligned}C_{rk} &= \frac{1}{(i\omega_k - \lambda_r)} + \frac{1}{(i\omega_k - \lambda_r^*)} \\ S_{rk} &= \frac{i}{(i\omega_k - \lambda_r)} + \frac{-i}{(i\omega_k - \lambda_r^*)}\end{aligned}\quad (2.97)$$

Para minimizar o erro, as derivadas em relação a cada um dos parâmetros tem de ser nulas. Assim:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_t}{\partial u_j} &= \sum_{K=1}^M \left(C_{jk} \left(\alpha_e(\omega_k) - \sum_{r=1}^N u_r C_{rk} + v_r S_{tk} \right) \right) = 0 \\ \frac{\partial E_t}{\partial v_j} &= \sum_{K=1}^M \left(S_{jk} \left(\alpha_e(\omega_k) - \sum_{r=1}^N u_r C_{rk} + v_r S_{tk} \right) \right) = 0\end{aligned}\tag{2.98}$$

Assim, é possível obter um sistema de 2N equações a 2N incógnita, que pode ser resolvida de modo a obter as constantes modais, que irão minimizar o erro quadrático medio entre a FRF medida experimentalmente e a analítica, no domínio da frequência.

Na figura 2.11 pode-se observar a aplicação desta análise modal exponencial complexa. Nela se ilustra a evolução da aproximação do modelo analítico ao experimental, permitindo minimizar o erro na identificação modal em relação aos dados medidos. Este diagrama designa-se por diagrama de estabilização porque nele são representados os pontos de convergência de identificação modal para cada FRF analisada.

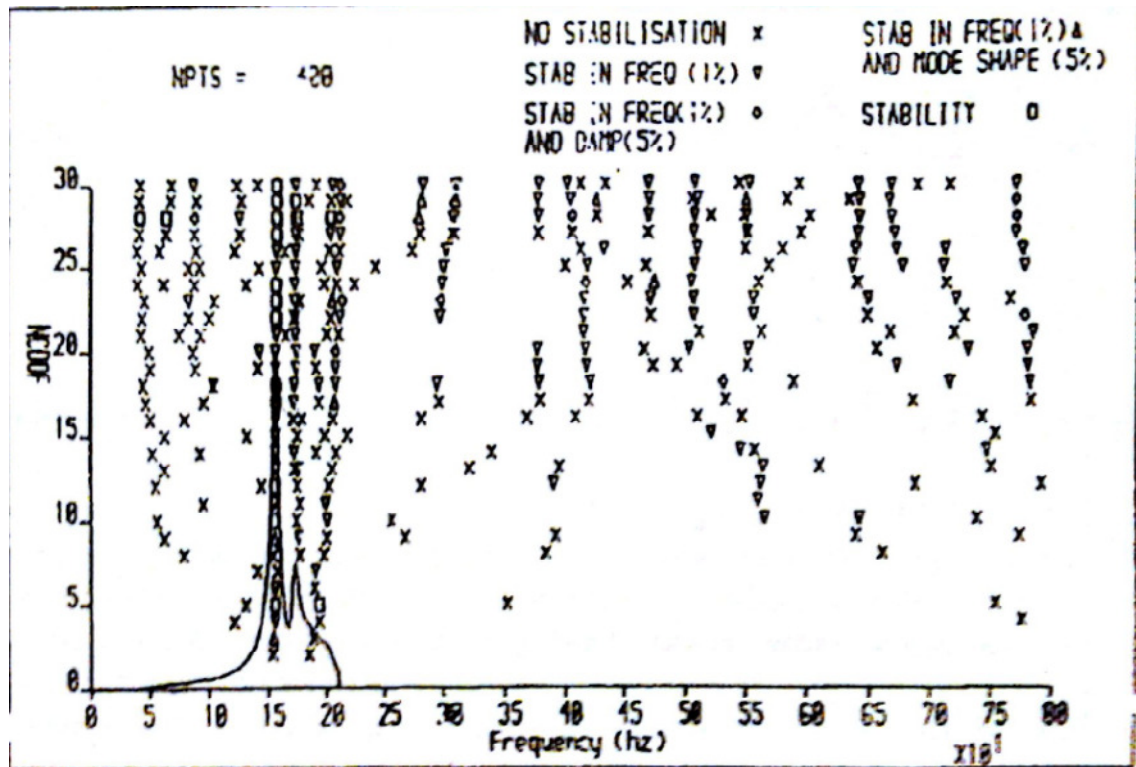


Figura 2. 11 –Análise modal Exponencial complexa.(Ewins,2000)

Outros tipos de identificação modal estão em desenvolvimento, como o ITD, Ibrahim Time Domain, método de Ibrahim no domínio do tempo, mas que não se aborda por não ter sido utilizado durante o desenvolvimento deste trabalho.

3- Equipamentos Envolvidos na Analise Modal Experimental

A realização da análise modal experimental sugere o conhecimento prévio das potencialidades e limitações dos equipamentos envolvidos. Isto envolve conhecimentos na área da instrumentação, processamento de sinais, estimação dos parâmetros modais e o mais importante, a análise de vibrações. (Maia, 1998).

Nesta fase será feita uma introdução sobre os mecanismos principais para a análise modal experimental.

A análise modal experimental envolve vários tipos de equipamentos, que tem por objetivo simular e quantificar o comportamento dinâmico do sistema em estudo, realizando medições através de transdutores, que essencialmente transformam a variação de uma grandeza física em sinal elétrico. No entanto após a medição é necessário efetuar o tratamento do sinal vindo dos transdutores. Assim genericamente os componentes principais para a realização de um ensaio modal experimental são:

Mecanismo de Excitação: Promove o carregamento da estrutura, simulando as condições de excitação presentes no modelo feito. Este componente será alvo de uma análise mais profunda neste trabalho uma vez que a sua utilização condiciona os resultados do ensaio.

Transdutores: Transformam a grandeza física (aceleração, força, velocidade, deslocamento, etc.) em sinal elétrico;

Mecanismos de Aquisição e Processamento de Sinal: É onde o sinal elétrico é amplificado, filtrado e traduzido quantitativamente na grandeza física de interesse.

Para a concretização de um ensaio modal é necessário referir algumas recomendações na condução do ensaio, que se descrevem de seguida.

3.1- Software de Controlo e Aquisição de dados.

A aquisição dos sinais de entrada e saída deve ser medida com sensores localizados em vários pontos estrategicamente posicionados.

A aquisição de dados ocorre por meio do analisador espectral de sinais, que converte os dados adquiridos em informação útil. É no analisador de sinais que se obtém gráficos da resposta da estrutura, tais como os da função resposta em frequência (FRF). Normalmente são utilizados os métodos MIMO MISO ou SIMO. As FRFs obtidas nas diversas aquisições de dados são sobrepostas, utilizando uma técnica onde as diversas FRFs são submetidas ao processo de “averaging”, pois este procedimento permite reduzir o nível de ruído presente nos dados (EWINS, 2000).

Para a análise das vibrações provocadas por excitações aleatórias, é necessário calcular alguns parâmetros estatísticos dos sinais medidos, tais como, a densidade espectral e a função de correlação, utilizados para os caracterizar. É imprescindível realizar um processo de cálculo da média, que envolve várias aquisições do mesmo sinal, para minimizar os erros de medição.

Para a execução do processo de averaging, é necessário um sinal claro e mais suavizado, sem ruídos. Uma desvantagem é que os efeitos não-lineares são ajustados à média, vulgarmente descritos por “linearização” deste processo.

Atualmente existem analisadores de sinais com ferramentas mais rápidas de se trabalhar, tais como a FFT (Transformada Rápida de Fourier), que transforma o sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência, já obtendo o gráfico da função resposta em frequência (FRF) de forma direta (Figura 3.1). Estes analisadores são mais conhecidos como Analisadores de Espectro ou Analisadores de FFT.

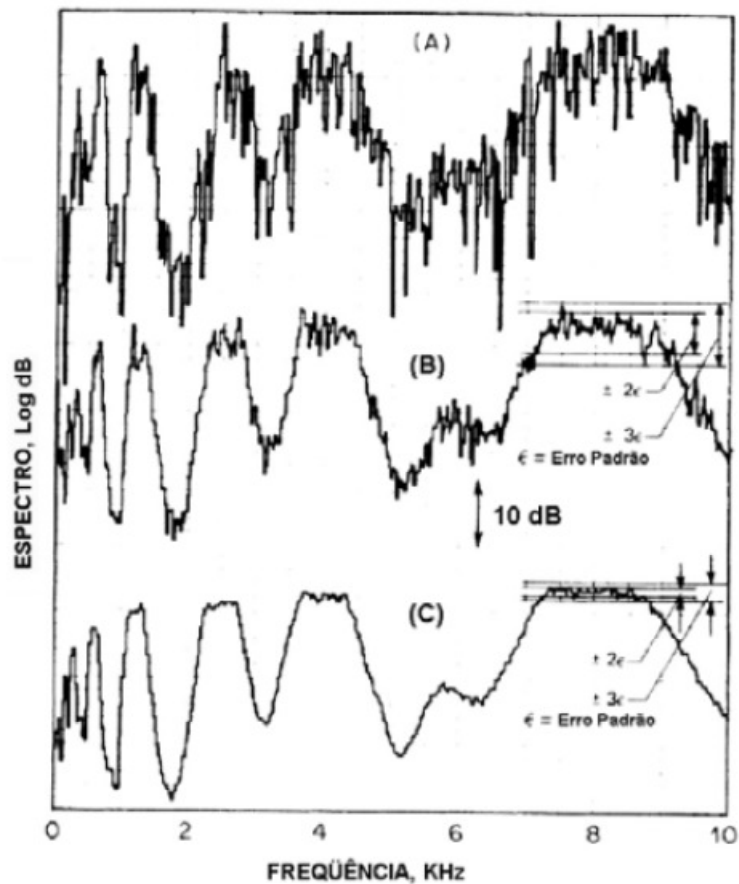


Figura 3. 1 - Ilustração processo de averaging.

A Figura 3.1, ilustra a análise de um sinal aleatório cujo espectro foi calculado instantaneamente (A); após uma média de oito espectros (B); após a média de 128 espectros (C). Pela figura 3.1 pode-se concluir que quanto maior o número de pontos analisados mais claro será gráfico da função resposta em frequência (FRF).

3.2- Fixação da estrutura

A análise modal experimental deve ser precedida por algumas regras importantes para que se determine com mais rigor a resposta do sistema. A primeira decisão a ser tomada, para a realização dos ensaios de análise modal experimental, será definir como a estrutura estará suportada. Esta definição é fundamental pois os resultados experimentais podem conter erros e a metodologia de aquisição que limitar a sua validade. (Ewins, 2000)

Existem duas condições ideais de fixação da estrutura. Na primeira, a estrutura está numa condição de corpo livre. No segundo caso, a estrutura é suportada, numa região de seu contorno, por um suporte totalmente rígido. Embora esta condição de fixação da estrutura seja simples na modelação analítica, na prática é difícil de concretizar de forma a respeitar modelação prevista.

Nos ensaios de corpo livre, a estrutura está na realidade suspensa por algum meio, como, por exemplo, pendurada em condições elásticas suficientemente suaves para se assumir como verdadeira esta condição.

No segundo caso, a estrutura é constringida por um suporte que lhe restringe certos graus de liberdade. Esta condição mostra-se mais complexa e de difícil implementação pois, por exemplo existe sempre um certo grau de flexibilidade da base na qual a estrutura de teste está fixa. Uma maneira possível de verificar estes problemas seria medir, nos pontos de fixação, a função de resposta de frequência (FRF) da base da estrutura, na faixa de frequência de interesse. Em seguida, verificar se esta resposta é significativamente mais baixa do que a resposta da estrutura de teste. Caso esta condição seja satisfeita para todas as coordenadas nas quais se verifica a condição de vínculo forçado, pode-se considerar a base como sendo rígida. (Ewins, 2000).

Na figura 3.2 está representado o esquema de fixação em condições de corpo livre e na figura 3.3 está representadas o esquema fixação da estrutura por um suporte totalmente rígido.

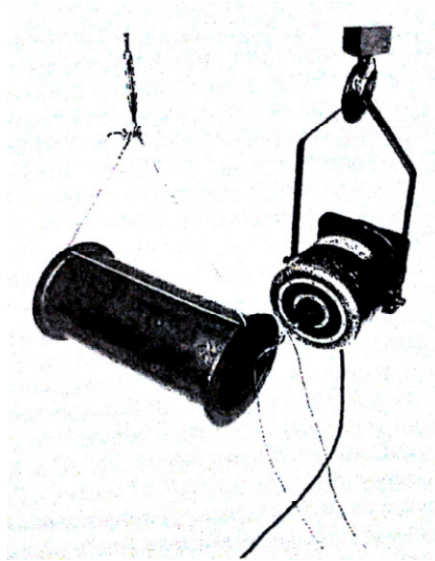


Figura 3. 2- Esquema de fixação em condições de corpo livre (Ewins, 2000)

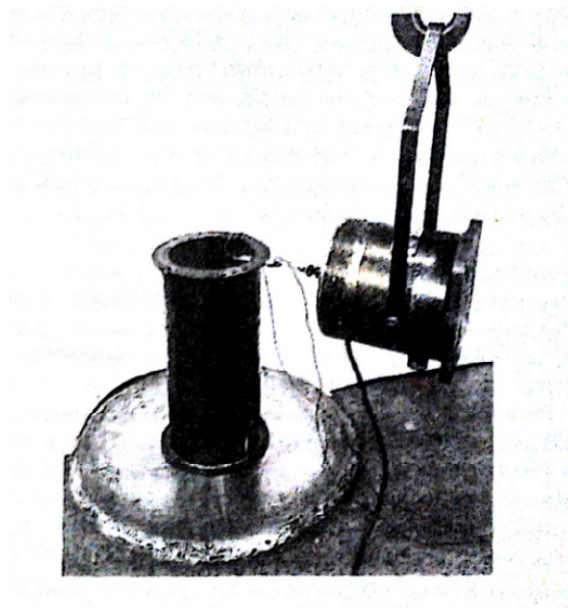


Figura 3. 3- Fixação da estrutura por um suporte totalmente rígido. (Ewins, 2000)

Numa estrutura totalmente constringida o esforço das cargas exteriores tem de ser especialmente verificado para assegurar que existe energia suficiente para excitar a estrutura principalmente nos modos de vibração que ocorrem para níveis de energia maior

3.3-Excitadores

Nos ensaios experimentais de estruturas ou componentes mecânicos, é normal a utilização de excitadores eletrodinâmicos, martelos de impacto instrumentados, ou a utilização de excitação operacional. Estes equipamentos induzem um deslocamento inicial seguido de um relaxamento brusco para que a estrutura vibre livremente.

O excitador é um equipamento que origina um movimento mecânico ao qual a estrutura de teste se irá sujeitar. Estes dispositivos podem ser mecânicos, hidráulicos ou eletrodinâmicos. Com o passar dos tempos e o desenvolvimento da eletrônica os excitadores mecânicos tornaram-se obsoletos (Rao & Gupta, 1984). O excitador hidráulico é particularmente usado em casos com baixa gama de frequências, especificamente na faixa de 0 Hz a 20 Hz, onde se necessita de gerar deslocamentos elevados (até 50 cm). Contudo, o excitador mais utilizado atualmente é o eletrodinâmico ou eletromagnético. (Rao & Gupta, 1984 e Broch, 1980).

Os excitadores eletromagnéticos são capazes de gerar várias formas de sinais, como a excitação sinusoidal ou aleatória quando comandado por um gerador de sinais apropriado.

Quando se pretende excitar a estrutura em vários pontos, o uso do martelo de impacto facilita significativamente o ensaio, visto que a utilização dos excitadores necessitam de utilizar sistemas de ancoramento à peça a excitar, normalmente mais difíceis de ajustar.

Como o excitador é fixo à estrutura deve-se assegurar a mínima interferência na resposta da estrutura ou componente mecânico, e ainda garantir que a excitação é imposta na direção em que se deseja medir a resposta. A função de excitação representa o sinal matemático de entrada do sistema.

A escolha adequada do sinal de excitação representa uma das etapas fundamentais para uma análise correta, para impedir a possibilidade de respostas incompletas. A escolha adequada da função de excitação depende assim do equipamento de análise de sinais, das características da estrutura, da precisão dos resultados desejados, assim como, do mecanismo de excitação escolhido.

Normalmente, o excitador é controlado por um analisador de sinais que pode apresentar um grande número de funções para excitação da estrutura, como são, a excitação aleatória (random), excitação sinusoidal ou a excitação transiente.

Na análise modal experimental efetuada com excitadores apenas dois tipos de sinais de excitação são considerados a excitação aleatória e a excitação sinusoidal, enquanto a excitação transiente é efetuada com martelo de impacto. Desta forma a escolha do tamanho do excitador tem de ser feita em função da massa a excitar.

Uma configuração típica para análise modal experimental utilizando o excitador está apresentada na figura 3.4, onde o sinal de excitação é proveniente de um gerador de funções. Este sinal antes de ser enviado ao excitador, é amplificado pelo amplificador de potência, para que o primeiro possa excitar a estrutura de teste. Os sinais captados pelos transdutores de força e de aceleração são amplificados e enviados ao analisador, que processará as funções de resposta de frequência (FRFs) e funções de resposta de impulso (FRIs).

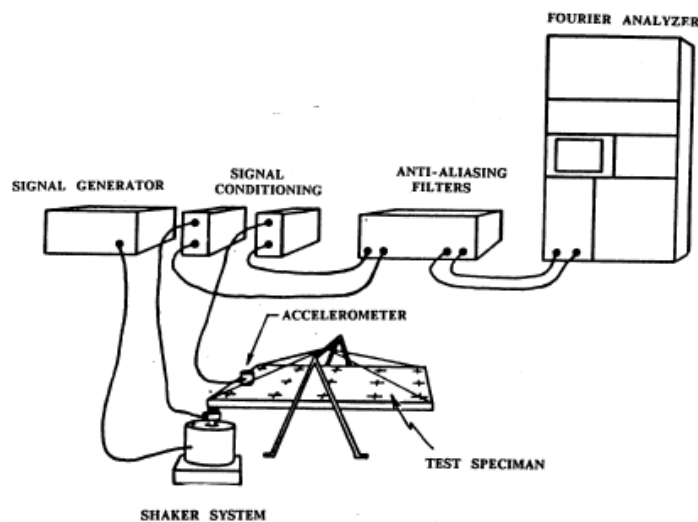


Figura 3. 4- Configuração típica para análise modal experimental utilizando o excitador.(J. Allemang, June, 2001)

Nos casos mais gerais utiliza-se a excitação do tipo aleatório, normalmente, conhecida como sinal “Branco” para que o varrimento da frequência seja exaustivo. A excitação aleatória é executada em toda a gama de frequências na amplitude e fase do sinal, para cada uma das frequências varia de ciclo para ciclo de excitação. Dessa forma, é possível através deste tipo de excitação obter uma aproximação linear do sistema em análise (Maia, Silva, 1998). Quando a estrutura é excitada por um sinal aleatório a resposta obtida é um sinal aleatório no domínio tempo. A transformação destes sinais para o domínio da frequência é feita através da Transformada Rápida de Fourier (FFT).

A transformada rápida de Fourier (FFT), não pode ser aplicada diretamente porque as propriedades inerentes aos sinais aleatórios não obedecem à condição de Dirichlet, equação (3.1)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (3.1)$$

Neste caso o espectro do sinal será calculado a partir das funções de correlação da densidade de sinal. (Ewins, 2000)

A figura 3.5 mostra um exemplo de sinal aleatório no domínio do tempo. Assume-se que este sinal seja estacionário e ergódico, isto é, as propriedades estatísticas de qualquer amostra (média, desvio padrão e distribuição estatística) são iguais em toda população, ou seja, uma determinada amostra pode ser suficiente para representar toda a população. (Maia, Silva, 1998)

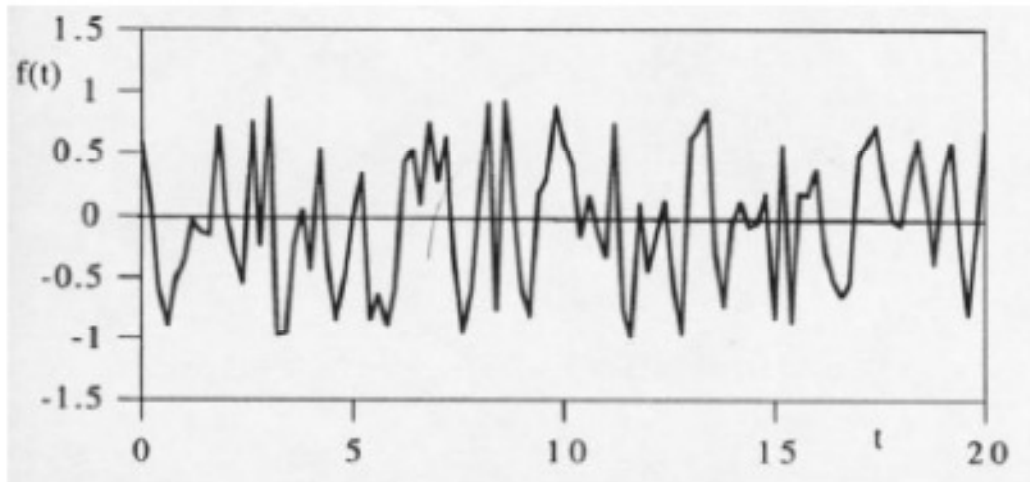


Figura 3. 5-- Sinal aleatório no domínio do tempo (Maia, Silva, 1998)

A função de correlação define-se $R_{ff}(\tau)$, como o valor esperado do produto $f(t).f(t+\tau)$, calculado ao longo do tempo.

$$R_{ff}(\tau) = E[f(t).f(t+\tau)] \quad (3.2)$$

Ou

$$R_{ff}(\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t f(t).f(t+\tau)dt \quad (3.3)$$

Onde, $f(t)$ é a intensidade da função no instante de tempo t , e $f(t+\tau)$ designa a intensidade da mesma função, observada no instante de tempo $t+\tau$.

A figura 3.6 ilustra a forma que a função de correlação assume. Conforme ilustrado, a função de correlação é finita e ao contrário do sinal aleatório $f(t)$ satisfaz as condições de Dirichlet.

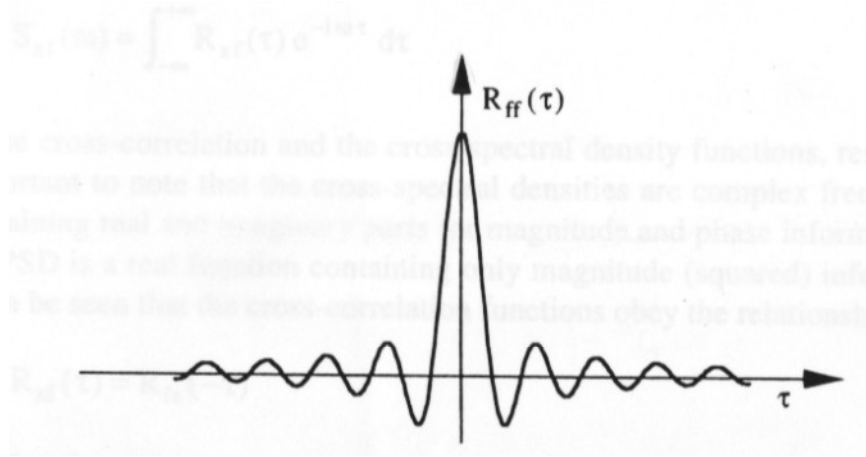


Figura 3. 6- Exemplo de uma função de correlação. (Maia, Silva, 1998).

A função de correlação já satisfaz as condições de aplicação da rápida transformada de Fourier (FFT), desta forma, podemos obter a função de densidade espectral de potencia, dada por:

$$S_{ff}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ff}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.4)$$

Esta função descreve o conteúdo espectral do sinal original $f(t)$.

Estes conceitos aplicados ao sinal de resposta $x(t)$ isoladamente, originam funções de correlação e densidade espectral de potência para este mesmo sinal.

Aplicando em simultâneo estas definições a $x(t)$ e $f(t)$, obtêm-se as funções de correlação e densidade espectral cruzada, dadas por:

$$R_{xf}(\tau) = E[x(t) \cdot f(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot f(t + \tau) dt \quad (3.5)$$

$$S_{xf}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xf}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.6)$$

Neste caso a função de correlação cruzada continua a ser real ao invés da função de densidade espectral cruzada que é geralmente uma função complexa.

Conhecidas estas duas funções é possível obter a função de resposta de frequência (FRF) que relaciona no domínio da frequência, o sinal de excitação $f(t)$ e de resposta $x(t)$. A função de resposta de frequência (FRF) é dada por cada um dos seguintes estimadores.(Ewins, 2000)

$$\begin{aligned} H_1(\omega) &= \frac{S_{fx}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} \\ H_2(\omega) &= \frac{S_{xx}(\omega)}{S_{xf}(\omega)} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Através destes dois estimadores temos informação em relação á magnitude e fase da FRF. Teoricamente, o resultado deveria ser igual para os dois, mas na prática esta situação não pode acontecer. Assim define-se uma nova quantidade designada por coerência (γ^2) , que é dada por: (Ewins, 2000)

$$\gamma^2 = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} \quad (3.8)$$

O valor da coerência está compreendido entre 0 e 1. (Ewins, 2000). Esta função é, habitualmente, usada para verificar a qualidade da medição, sendo que esta é tanto melhor quanto mais próximo de 1 estiver o valor de coerência.

A excitação sinusoidal pode ser feita sintonizando as frequências uma a uma, manualmente, ou através de um ciclo dentro de uma determinada faixa de frequências. Uma vantagem é a possibilidade de detetar possíveis não-linearidades presentes na estrutura. Como desvantagem apresenta o tempo de aquisição de dados, geralmente longo. Nos testes de análise modal experimental, é normal utilizarem-se excitadores nestas condições com a finalidade de isolar um modo natural de vibração específico.

3.4-Processo montagem e seleção de Excitadores

Ao aplicar uma força na estrutura por meio de um excitador, temos como único objetivo a transmissão de esforços axiais, dando total liberdade á estrutura na direção em causa. Esta necessidade sucede do facto de, ao aplicarmos a força numa direção a estrutura poder responder com movimento em todas as direções, caso isso não se suceda estamos inadvertidamente a introduzir força também nessas direções. (McConnell Kenneth, 1990). Esta situação levaria a obtenção de medições incorretas o que violaria a definição de FRF, expressão anterior 2.3.

Para garantir uma força de excitação adequada é necessário escolher devidamente o excitador, garantir a correta montagem do sistema, e por fim garantir que nada interfere nas medições.

Para que a transmissão de esforços se aproxime da ideal usa-se uma haste ligada ao excitador, denominada de “Stringers”. Esta haste deve ser rígida na direção axial e simultaneamente flexível nas direções transversais. Se a haste for mal aplicada é susceptível o aparecimento excitações desviadas. Caso a haste seja muito comprida ou demasiado flexível, podem surgir nas medições as suas próprias frequências naturais, surgindo misturadas com as da estrutura a ensaiar. No caso de a haste ser demasiado curta perde a sua flexibilidade transversal (Ewins, 2000), provocando excitações indesejadas.

A preparação do ensaio de analise modal experimental envolve ainda a decisão quanto á forma de suspensão ou suporte do excitador, relativamente á estrutura ou equipamento em estudo.

Das configurações apresentadas na figura 2.17, a configuração (a) em que o excitador está fixo e a estrutura esta suspensa em elásticos, é a ideal. Em (b) é apresentada uma outra solução, na qual ambos, o excitador e a estrutura estão suspensos por meios elásticos de massa desprezível. Nesta configuração podem surgir problemas, caso a massa do excitador não seja suficiente para suportar a energia suficiente para excitar a estrutura a baixas frequências. No entanto é possível contornar esse problema adicionando massa ao excitador. (Ewins, 2000).

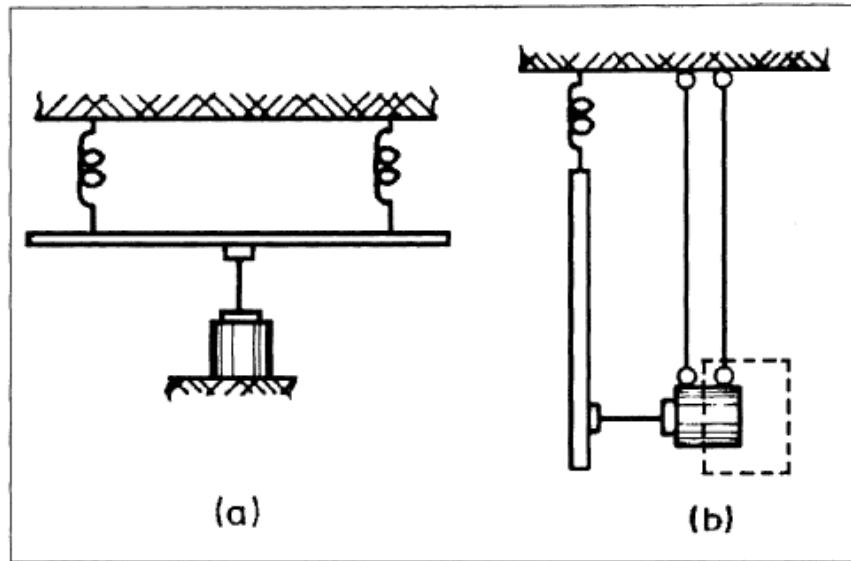


Figura 3. 7-- Esquemas de suspensão do excitador (Ewins, 2000)

A análise modal experimental como foi já referido, é aplicada para compreender o comportamento dinâmico das estruturas. Assim, basicamente para realizar a análise modal é necessário excitar a estrutura com uma força perturbadora e efetuar medições de acelerações ou velocidades por meio de sensores de força. A chave para uma análise modal experimental com sucesso é aplicar uma força de excitação adequada.

Uma das partes mais importantes da análise modal experimental, se não a mais importante deste processo é a correta determinação da função de resposta em frequência (FRF), que é calculada pela razão da resposta da estrutura, (é medida por acelerómetros/sensor força), uma relação á força de excitação aplicada pelo excitador é descrita pela expressão 2.3.

Recorrendo a um exemplo, a análise modal de corpo livre consiste em pendurar um objeto suspenso por fios de comprimento l , de massa desprezível e excita-lo posteriormente por meio de um excitador, sendo este um dos métodos mais utilizados. Figura 3.2.

Este efeito pode ser descrito pelo movimento oscilatório igual ao movimento de um pêndulo simples, sendo a massa desse corpo supostamente concentrada com boa aproximação, por forma a ser equiparada a uma massa pontual.

Um pêndulo simples consiste de uma partícula de massa m , suspensa por um fio de comprimento l , e massa desprezável. Figura 3.8.

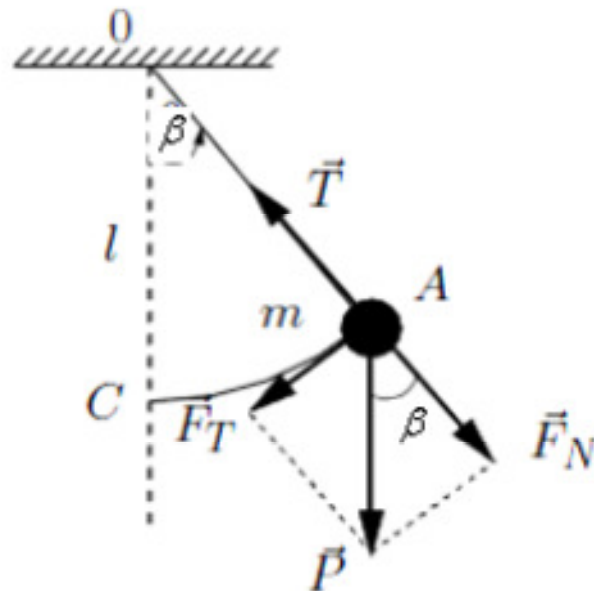


Figura 3.8- Pendulo simples

As forças que atuam no pêndulo são Tensão (T) no fio e o Peso (P), que está decomposto na figura nas suas componentes tangencial e normal (radial).

$$F = ma = mg \quad (3.9)$$

$$|F_N| = |T| = ma_n = mg \cos \beta \quad (3.10)$$

$$|F_T| = ma_t = mg \sin \beta \quad (3.11)$$

Da figura 3.8 temos;

$$|F_T| = -ma_t = -mg \sin \beta, \leftrightarrow a_t = -g \sin \beta \quad (3.12)$$

Posto isto, a componente tangencial da força F_t , atinge o seu valor máximo quando β é máximo e nula quando $\beta = 0$.

O Inverso acontece com componente normal da força F_n .

Considerando apenas ângulos onde, $\sin \beta = 0$, com β em radianos, temos que:

$$a_t = -g\beta \quad (3.13)$$

Representando por s o comprimento do arco CA, como mostra a figura 3.8, podemos escrever:

$$s = \beta l \text{ onde, } \beta = \frac{s}{l} \quad (3.14)$$

Substituindo a equação (3.14) na equação (3.13) temos:

$$a_t = \frac{-g}{ls} \quad (3.15)$$

Não esquecer que a aceleração tangencial é a segunda derivada da posição logo,
 $a_t = \ddot{s}$.

Em conclusão, a aceleração é diretamente proporcional, á aceleração da gravidade e inversamente proporcional ao comprimento do fio.

Sabendo ainda que a velocidade angular é dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (3.16)$$

Podemos afirmar que a aceleração é diretamente proporcional à coordenada, linear ou angular.

Ao substituir a equação (3.16) na equação (3.15) temos:

$$a_t = \omega^2.s \quad (3.17)$$

Considerando o modo de excitação de corpo livre (figura 3.2), igual ao movimento de um pêndulo (figura 3.8), podemos concluir que ao efetuarmos a análise modal experimental de corpo livre devemos apenas ter em conta a componente tangencial da força perturbadora. Assim, de uma forma geral, para a seleção correta do excitador podemos recorrer à equação (3.9).

No sentido de validar esta conclusão recorreu-se ao excitador V200 Series Vibrators existente no Laboratório Engenharia Mecânica (LEM), e analisou-se a viabilidade da sua aplicação na excitação da estrutura em concreto. No anexo A apresenta-se a análise feita. Dessa análise conclui-se que a força do excitador deve ser no mínimo 2,5 vezes superior à massa a excitar, quanto maior a força e a frequência de excitação menor a amplitude e energia necessárias para a obtenção de resultados.

3.5-Acelerómetros

A resposta mecânica de uma estrutura pode ser definida em termos de velocidade de deslocamento ou aceleração. A aceleração apresenta uma resposta mais sensível que a velocidade e o deslocamento, uma vez que apresenta mais amplificação. Por esta razão nos ensaios modais experimentais é preferível utilizar acelerómetros para a medição da resposta de uma estrutura. Os acelerómetros apresentam-se normalmente como transdutores piezoelétricos e são de longe os mais populares na determinação dos parâmetros modais. Só em condições especiais é que são utilizados outro tipo de transdutores alternativos, como por exemplo os transdutores de velocidade, como é o caso dos sistemas de laser que estão a ganhar algum terreno para os acelerómetros, devido a serem mais práticos de utilizar e não interferirem na massa da estrutura.

Na figura 3.9 é possível ver a secção transversal de um típico acelerómetro piezoelétrico.

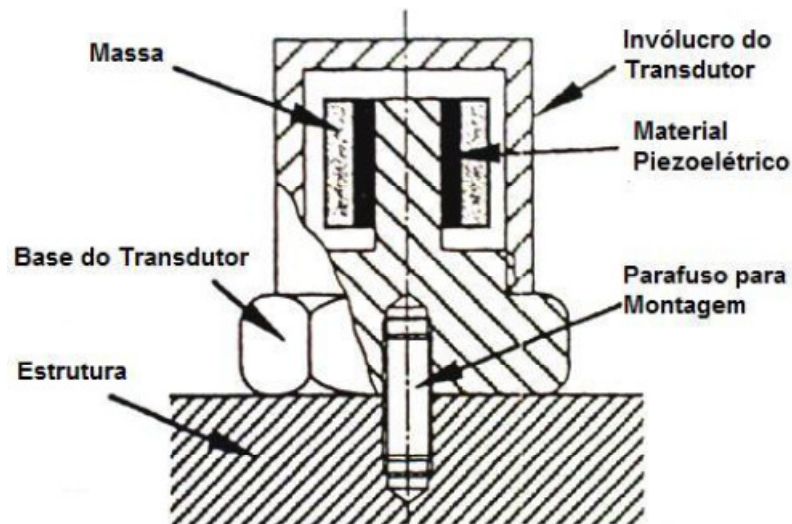


Figura 3. 9- Esquema de um acelerômetro piezoelétrico. (Maia, 1998)

O acelerômetro é constituído por quatro componentes principais, a base, o invólucro do acelerômetro, cristal piezoelétrico, e uma massa sísmica.

Os materiais piezoelétricos têm a capacidade de libertar um pulso elétrico quando submetidos a uma excitação mecânica. Os pulsos elétricos libertados pelos acelerômetros são muito fracos e, portanto, precisam de um condicionador sinal conectado a eles. O condicionador de sinal ajusta a impedância do acelerômetro à do analisador de sinais.

Em casos onde a ligação do acelerômetro à estrutura de teste não é suficientemente rígida, a sua frequência natural de vibração baixa pode intervir nos resultados da medição. Assim em qualquer caso, a ligação acelerômetro estrutura de teste, deve ser sempre tão rígida quanto possível.

Ao seleccionar um acelerômetro pretendemos sempre a maior sensibilidade possível, o que se traduz na capacidade de medir movimentos extremamente pequenos dos sistemas estruturais. Em estruturas mais rígidas, as respostas induzidas têm amplitudes muito pequenas, tornando-se então necessário que os equipamentos sejam muito sensíveis para que da análise das respostas medidas se possa extrair informação de interesse sobre as características modais do sistema, no entanto quanto maior a sensibilidade dos acelerómetros, maior e mais pesada será a massa sísmica, e por

consequência, maior será a interferência na massa do sistema em teste. Tendo em conta estas considerações em conjunto com outros requisitos é importante selecionar os acelerómetros para cada caso concreto.

Para se obterem resultados precisos, especialmente em estruturas complexas, que são passíveis de vibrações simultâneas em diversas direções, devem ser selecionados transdutores com baixa sensibilidade transversal. (Ewins, 2000).

Os acelerómetros piezoelétricos uniaxiais são projetados para terem sensibilidade num único eixo. No entanto, devido a problemas como a uniformidade do material piezoelétrico e a montagem do acelerómetro, o eixo de máxima sensibilidade pode apresentar um certo deslocamento do eixo projetado, gerando, assim, a chamada “sensibilidade transversal”, figura 3.10. Geralmente o valor do desvio máximo da sensibilidade em relação ao eixo de montagem gerado pela sensibilidade transversal é dado pelo fabricante.

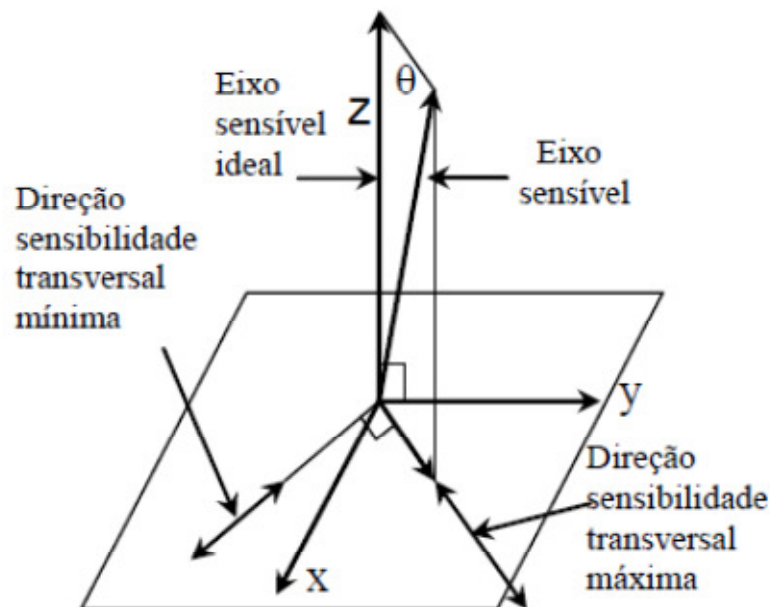


Figura 3. 10- Representação da sensibilidade transversal de acelerómetros Piezoelétricos.(Ricardo Sutério, 2010)

Deve ser tido em conta que qualquer adição de massa á estrutura, mesmo por mais pequena que seja, impõe massas adicionais e indesejadas na estrutura. Essas massas ao serem excitadas impoem forças de inercia e momentos resultantes do movimento da massa sísmica. Por outro lado, no sentido inverso na escolha de acelerómetros mais

pequenos, estes devem fornecer os sinais mínimos necessários para que a análise modal seja válida. (Ewins, 2000). Para este fim, alguns dos transdutores tem incorporado amplificadores para aumentar o sinal de resposta. Uma das vantagens dos acelerômetros piezoelétricos é que não necessitam de uma fonte de alimentação extra para funcionarem.

Existe um limite de baixas frequências para as quais as medições não são práticas. Este limite é determinado não só pelas características do acelerômetro, mas também pelas características dos amplificadores, que são usados para aumentarem a carga elétrica gerada pelos cristais piezoelétricos num sinal forte o suficiente para ser medida pelo analisador. (Ewins, 2000.).

Há dois tipos de amplificadores distintos, os amplificadores de tensão e os amplificadores de carga. Os amplificadores de tensão são mais simples eletronicamente que os amplificadores de carga, no entanto não podem ser usados para baixas frequências ao contrário dos amplificadores de carga. Nos amplificadores de tensão a sensibilidade pode ser afetada pelo comprimento ou propriedades do cabo que liga ao acelerômetro, enquanto que nos amplificadores de carga os resultados são independentes da influência do cabo.

Analisando agora a utilização do ponto de vista da sua montagem a correta instalação e localização dos acelerômetros, é muito importante para a realização da análise modal experimental. A localização destes deve ser bem estudada por forma a não serem posicionados em pontos mortos da estrutura.

O acelerômetro deve ser fixo na superfície respeitando seu eixo de máxima sensibilidade. Para isso, existem diversas maneiras possíveis. Dependendo da forma como o acelerômetro é fixo, sua faixa de dinâmica de frequência é afetada. Além disso, pode causar danos no sensor e fornecer medidas erradas.

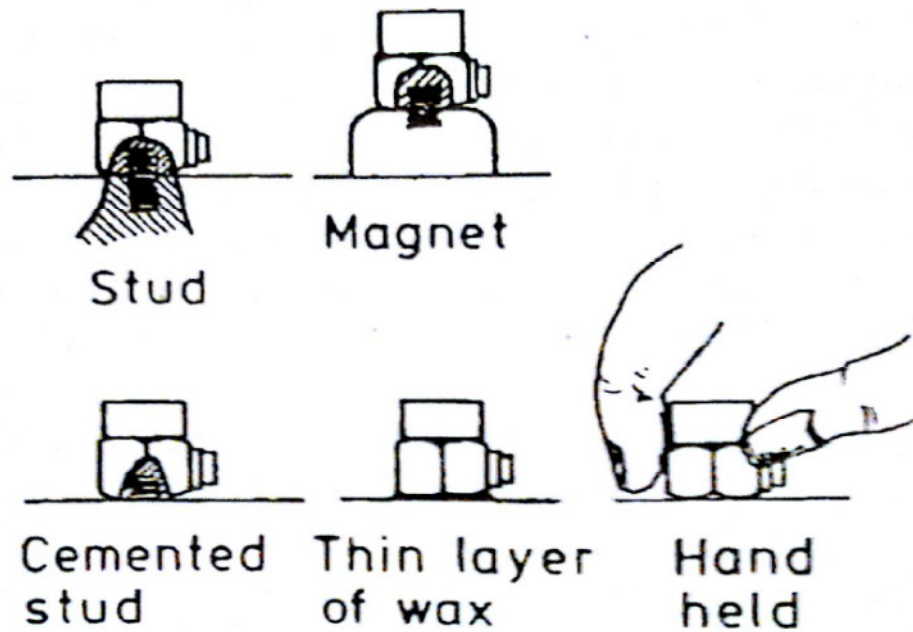


Figura 3.11- - Métodos alternativos fixação de acelerómetros. (Ewins, 2000)

A figura 3.11 ilustra algumas das diversas formas de fixar os acelerómetros na estrutura, umas mais convenientes que outras. A fixação do acelerómetro na estrutura mais recomendada é efetuada por um pino roscado. Em muitos casos esta ligação envolve a utilização de adaptadores para que seja possível fixar o acelerómetro na estrutura.

3.6-Martelo de impacto

Um outro equipamento para excitação é o martelo de impacto, que produz uma excitação do tipo transiente, e esta é geralmente imposta manualmente. A utilização do martelo de impacto tem várias vantagens, a sua utilização e transporte são práticos e o seu custo é acessível. É uma forma conveniente para excitar estruturas não muito longas cuja excitação se possa transmitir o mais possível a toda a estrutura. A sua deficiente aplicação pode ser afetada por ruídos ou outros efeitos secundários que interferem seriamente na qualidade dos resultados obtidos. A este facto acresce a possibilidade da falta de regularidade do impulso aplicado, habitual em operadores pouco experientes. Outro problema existente nos ensaios com impacto é a possibilidade de ocorrência de

Múltiplos impactos no registro temporal do analisador. Vários impactos podem ocorrer, por exemplo, quando a estrutura de ensaio é levemente amortecida, pois, a estrutura pode reagir contra o martelo, antes que ele deixe a estrutura, após o impacto inicial. (Halvorsen & Brown, 1977)

Para se conseguir bons resultados nos ensaios, é necessário controlar o sinal de força, com o objetivo de se eliminarem as medições incorretas.

A configuração de um ensaio modal experimental usando um martelo de impacto está descrita na figura 3.12.

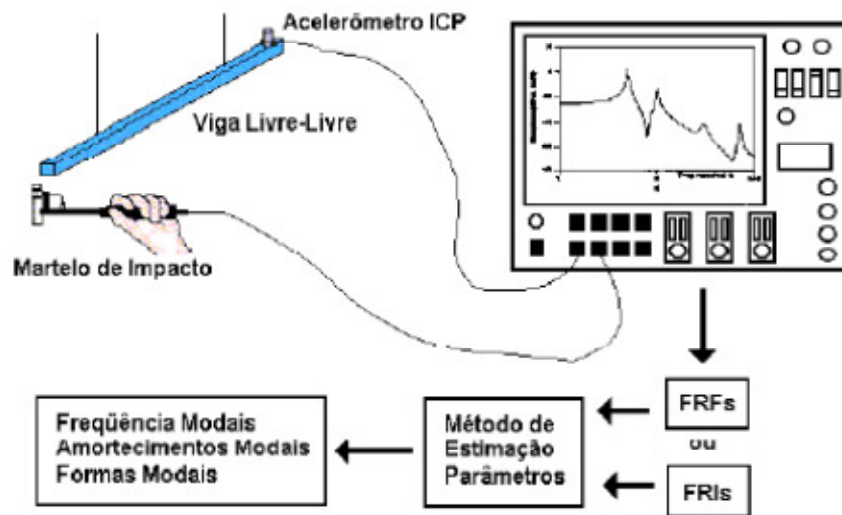


Figura 3. 12-- Teste modal usando martelo impacto.

Ao se excitar a estrutura com o martelo de impacto, esta é excitada em uma ampla faixa de frequência. Através do uso de um sistema de aquisição com pelo menos dois canais de entrada, que meça a resposta de vibração da estrutura (tipicamente medida com um acelerômetro) e a força de impacto de entrada, obtém-se uma função resposta em frequência (FRF), que identifica as frequências de ressonância.

Os sinais de excitação e resposta são adquiridos, respetivamente, pelos transdutores de força e de aceleração, que os envia para o analisador de sinal (após serem condicionados). No analisador são processadas as funções de resposta em

frequência. Após a aquisição das FRF, ou das FRI, é feita a extração dos parâmetros modais por meio de processos realizados no analisador.

A força de impacto aplicada pelo martelo é teoricamente um impulso. O nível de energia aplicado na estrutura é função da massa e da velocidade do martelo, já que o impulso linear é igual à variação de momento linear. Como existe uma grande dificuldade de se controlar a velocidade do martelo, o nível de força será controlado pela massa do martelo.

O martelo de impacto é idêntico, na forma, a um martelo convencional, mas é composto por um conjunto de pontas e cabeças. Para cada ensaio, é necessário efetuar a padronização do processo, no sentido de ajustar os diversos parâmetros ao ensaio e a gama de frequências. A gama de frequências para a análise modal é função da dureza das superfícies de contato e das pontas do martelo. Usa-se uma ponta mais suave (macia) para baixas frequências e uma mais dura para altas frequências, conforme mostrado na Figura 3.13.

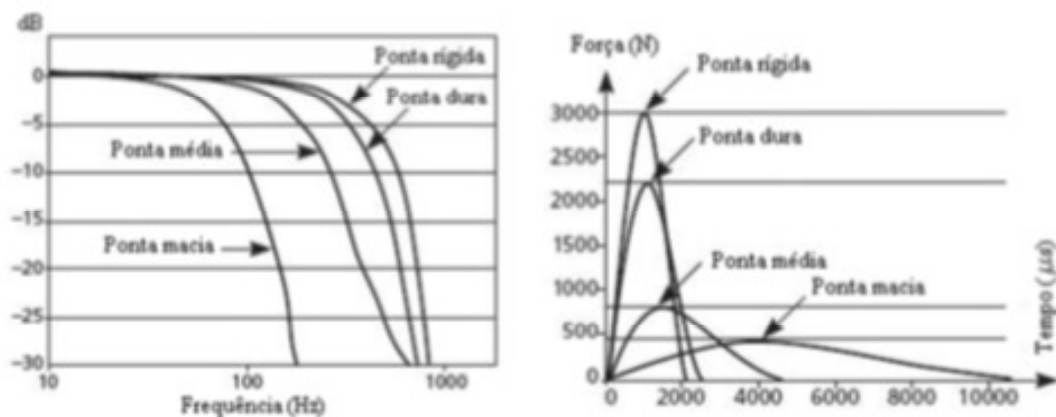


Figura 3. 13- Gráfico frequências em função da ponta do martelo de impacto.

A utilização do martelo de impacto permite gerar o sinal de excitação transiente por impacto, que corresponde à atuação de uma força, em um espaço de tempo muito curto.

A excitação produzida por um martelo de impacto tem uma configuração típica que depende do valor máximo da sua massa (cabeça do martelo) e da correspondente velocidade no momento do impacto(Figura 3.14).

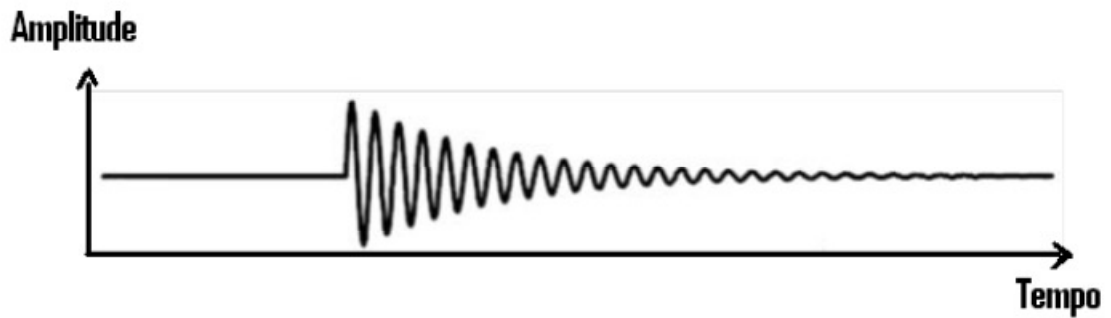


Figura 3. 14-- Sinal de impacto, composição espectral.

Pela figura 3.14, é possível verificar que a composição espectral do sinal depende da duração do impacto, sendo o espectro da resposta, tanto mais extenso, quanto mais curto for o impacto que, por sua vez, depende da dureza da ponta utilizada.

3.7-Sensor de força

O sensor de força é também um tipo de transdutor piezoelétrico. A força transmitida ou uma conhecida fração dela é aplicada diretamente no cristal piezoelétrico, que por sua vez gera a carga, q , proporcional á força F .

É comum nos sensores de força serem usados cristais piezoelétricos em pares onde os lados positivos de ambos estão em contacto mútuo e os lados negativos estão voltados para o exterior. Como ilustrado na figura 3.15.

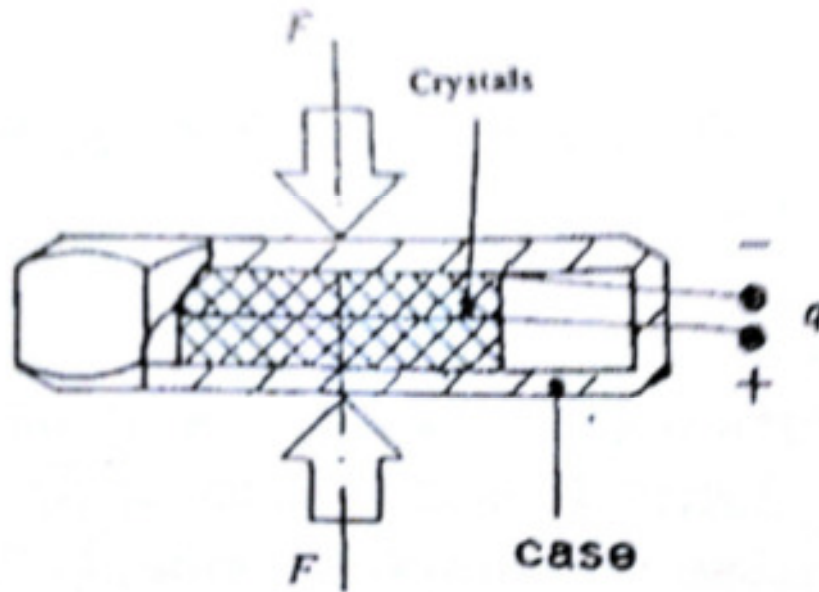


Figura 3. 15-- Sensor força

Uma característica importante na concepção dos sensores de força é a rigidez axial dos cristais piezoelétricos. A fração de força que é transmitida a estrutura através dos cristais depende do valor da rigidez axial.

O sensor de força é colocado entre a excitação e a estrutura para assegurar uma leitura mais exata da força transmitida. No entanto o valor da força indicada pela carga de saída dos cristais será sempre ligeiramente diferente da força aplicada pelo excitador, e também será diferente da força que é transmitida á estrutura. Esta diferença deve-se ao facto de parte da força que é detetada pelo sensor força é usada para mover uma pequena quantidade de material existente entre o sensor força e a estrutura.

4-PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1-Ensaio dinâmico

Nos capítulos anteriores foi feita uma abordagem às metodologias propostas para realizar um estudo dinâmico de estruturas ou equipamentos mecânicos.

Neste capítulo aplica-se a análise dinâmica a casos reais aplicando a um componente concreto. O eixo traseiro do automóvel que é constituído por vários elementos estruturais que estão solidários por ligações mecânicas sendo a sua geometria escolhida de forma que cada elemento do conjunto possua características dinâmicas diferentes.

Paralelamente foram criados modelos de elementos finitos de partes do componente em estudo, para que as suas frequências naturais e modos de vibração possam ser estimados e comparados com a análise experimental. Assume-se que os parâmetros do eixo traseiro do automóvel são invariantes no tempo, obedecendo ao princípio de reciprocidade de Maxwell.

4.1.1-Introdução

Em casos reais, as soluções analíticas disponíveis são difíceis aplicar mesmo recorrendo a soluções aproximadas modeladas por elementos finitos. Nestes casos torna-se necessário recorrer à análise modal experimental, tal como foi descrito nos capítulos anteriores. A análise experimental é assim fundamental para validar resultados e dar credibilidade às soluções teóricas desenvolvidas.

Os procedimentos experimentais têm sido desenvolvidos e aprimorados por forma a modelar um sistema físico, quando sujeito a solicitações do tipo dinâmico. Contudo, estão limitados às capacidades técnicas e experiência dos operadores.

Para a obtenção de um modelo do sistema em estudo através da análise modal experimental (EMA), é necessário a existência de um conjunto de funções de resposta em frequência (FRFs) do sistema.

A análise modal experimental, envolve a medição do comportamento dinâmico da estrutura e a obtenção de funções de resposta em frequência (FRFs) desse sistema. Este processo é efetuado de uma forma simples como foi descrito, excitando a estrutura num ponto e medindo a resposta num ou em vários pontos da estrutura.

Ao efetuar a análise modal experimental é necessário ter em conta o número de FRFs que tem de ser medidas, para se obter as propriedades dinâmicas da estrutura.

No caso envolvido neste trabalho, optou-se pela utilização de um martelo de impacto com resposta fixa, o que resulta na obtenção de uma linha da matriz FRF, o que resulta na obtenção duma coluna da matriz FRF.

Seguindo o exposto nos capítulos anteriores dividiu-se o ensaio experimental em três fases distintas:

- Preparação do teste
- Medição da excitação e resposta, e cálculo das FRFs
- Identificação dos parâmetros modais.

Na preparação da análise modal experimental procedeu-se também à escolha da forma de suspensão da estrutura, através de dois pontos da estrutura e determinaram-se o número de pontos mínimo necessário para a realização das medições e de forma a poder obter os modos de vibração com a precisão necessária.

4.1.2- Aplicação a uma estrutura

O eixo traseiro de um carro, também denominado por barra torção, é uma estrutura que trabalha principalmente á torção. Este componente é montado de forma a ligar os dois braços da suspensão no mesmo eixo.

Sempre que se excuta uma curva a uma velocidade elevada existe uma tendência natural para que a suspensão do exterior á curva fique sobrecarregada, enquanto que o

outro lado da suspensão fica com pouca aderência ao solo. Esta ocorrência prejudica fortemente o comportamento dinâmico do carro se não for compensado este efeito.

A função do eixo traseiro é obrigar a roda com menos aderência, a acompanhar o esforço da mais solicitada. A barra torção (Figura 4.1),liga uma geometria em forma de alavanca e ao ser torcida devido a compressão da suspensão do lado oposto a curva, transmite uma força compensatória na suspensão interior que a pressiona na direção do solo.

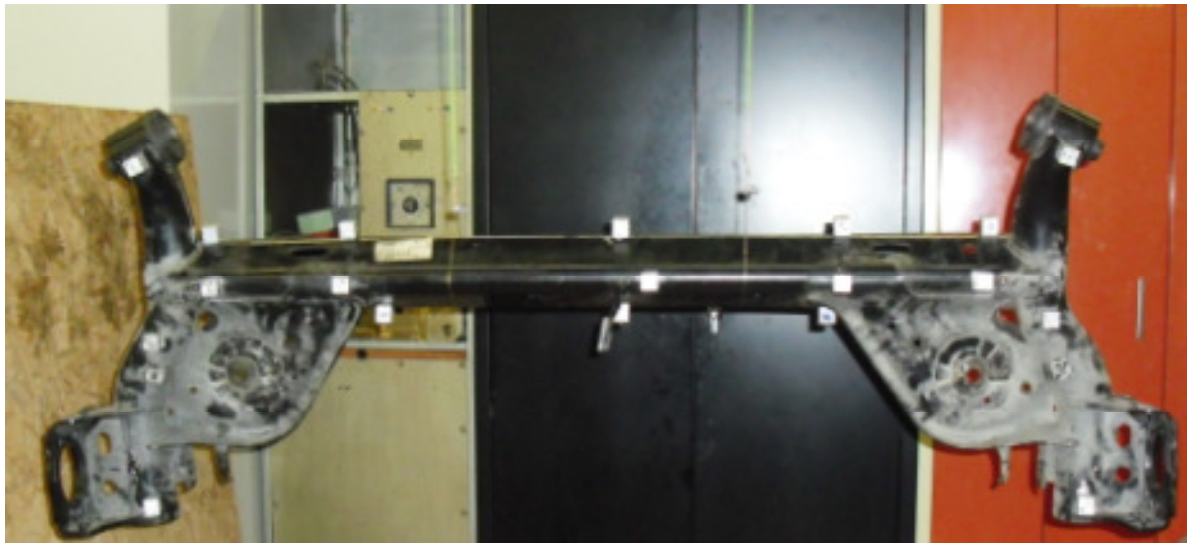


Figura 4. 1-- Eixo traseiro de um automóvel.

Resumindo, o eixo traseiro reduz o adornar do veículo em curva, melhorando o comportamento dinâmico do automóvel e logo contribuindo para uma melhor segurança ativa.

4.1.3- Localização dos Pontos de Medição

Sendo a análise modal experimental um método de análise direta é necessário escolher os pontos de medição. A definição do modelo geométrico consiste na determinação do número e da localização dos pontos na estrutura de teste onde serão fixados os acelerômetros e os pontos de excitação, como exemplificado na figura 4.2.

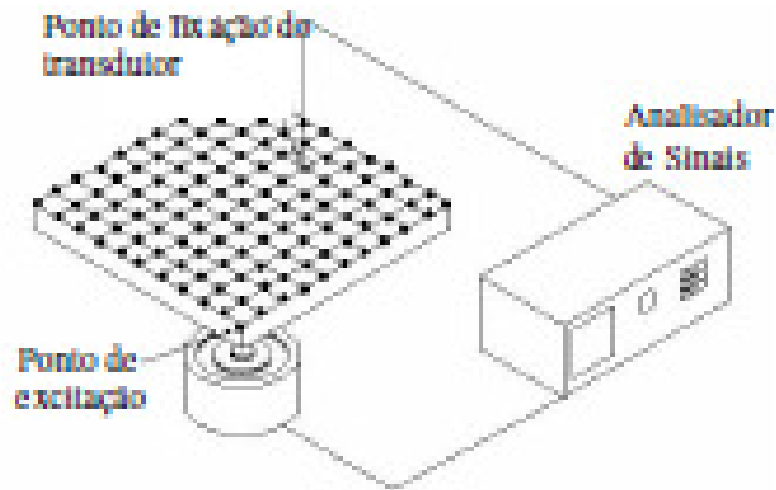


Figura 4. 2- Número e localização dos pontos de um modelo geométrico.

Deve ser escolhido um número de pontos suficientes para que se possa descrever o comportamento dinâmico da estrutura. Quanto maior o número de pontos a serem medidos, menor será o risco de não identificar certos modos naturais de vibração devido a medições em pontos nodais, de deslocamento nulo e também maior será a precisão das formas determinadas. O objetivo é criar um modelo geométrico tipo, de elementos discretos, como representado na figura 4.3, que permita a discretização suficiente da estrutura para uma correta interpretação dos modos de vibração. Os nós, são os pontos de medição das respostas em cada excitação e simultaneamente locais de excitação da estrutura.

Para uma melhor localização dos pontos de excitação foi feito um modelo numérico aproximado do modelo real. Do modelo numérico retiraram-se os parâmetros modais previsionais que permitem ter uma ideia dos pontos nodais do sistema e ajudou a determinar o número mínimo de pontos necessário para a extração da resposta da estrutura para que a interpretação dos modos de vibração seja possível.

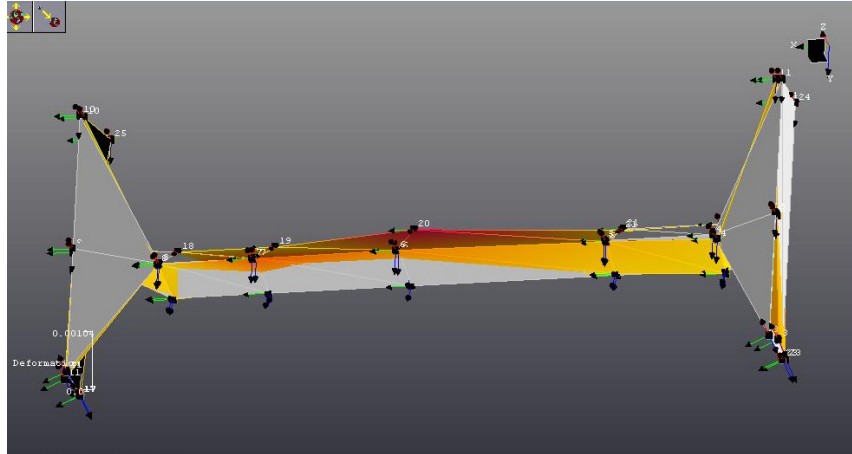


Figura 4. 3-- Modelo geométrico.

Para realizar esta análise concluiu-se que utilizando 25 pontos de leitura era possível representar a geometria com qualidade suficiente para visualizar os modos de vibração global.

4.1.4- Calibração do Equipamento (Martelo impacto/Acelerómetros)

Por forma a detetar alterações a sua sensibilidade, os transdutores usados nas medições tem de ser calibrados a cada ensaio. Há dois tipos de calibração, um consiste na calibração individual de cada transdutor. Este tipo de calibração é pouco aplicado pois existe a necessidade de comparar o valor lido pelo transdutor com os valores de referência, usando transdutores padrão.

Este tipo de calibração é frequentemente substituído por outro tipo de calibração, onde toda a sensibilidade do sistema é calibrada. Este tipo de calibração é muito interessante para a análise modal experimental, pois o que se pretende medir são, razões entre força e aceleração. (Ewins, 2000).

Designa-se por sensibilidade do transdutor, a proporcionalidade existente entre os sinais elétricos medidos pelos transdutores e o valor da quantidade a medir.

Se estivermos a medir força e aceleração com transdutores de sensibilidade, E_f e $E_{\ddot{x}}$, temos : (Ver formula 2.93)

$$\begin{aligned} Q_f &= E_f \times f \\ Q_{\ddot{x}} &= E_{\ddot{x}} \times \ddot{x} \end{aligned} \quad (3.1)$$

No caso da FRF de acelerabilidade:

$$A = \frac{\ddot{x}}{f} = \frac{Q_{\ddot{x}}}{Q_f} \times \frac{E_f}{E_{\ddot{x}}} = E \frac{Q_{\ddot{x}}}{Q_f} \quad (3.2)$$

Assim, precisamos de saber com precisão a razão A entre as sensibilidades dos transdutores. A função de resposta em frequência possui a dimensão [1/massa], e a massa é obtida por uma medição independente. (Ewins, 2000).

Ao medirmos a acelerabilidade para uma massa padrão, da forma apresentada na figura 4.4, obtemos um valor constante inverso ao valor da massa.

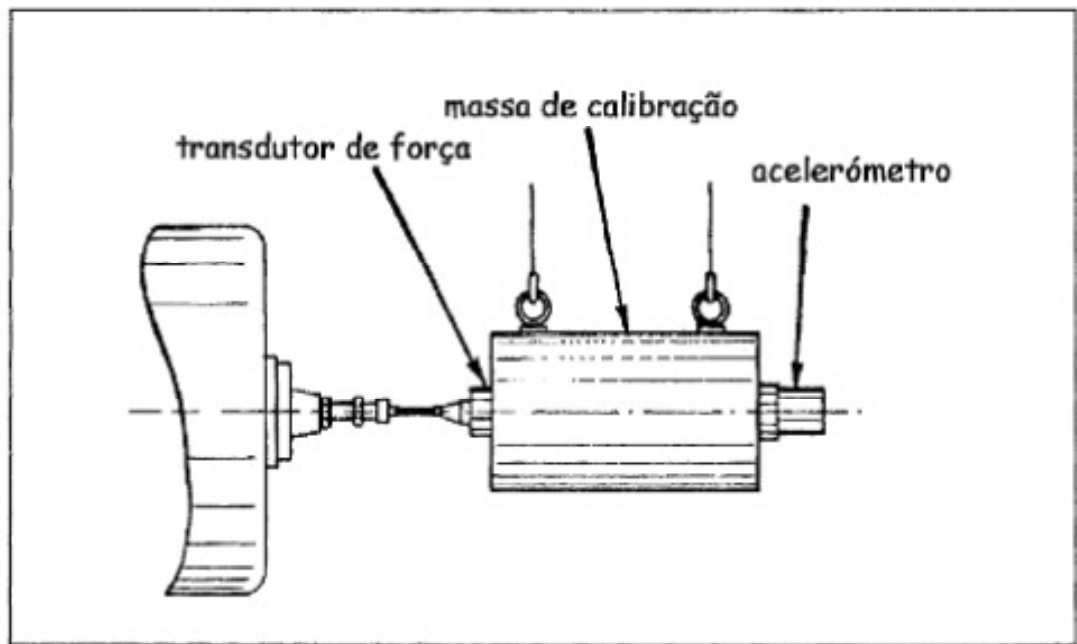


Figura 4. 4- Configuração de um sistema de calibração.

Este tipo de calibração é realizado para a banda de frequências em que a análise modal é efetuada e permite verificar se é necessário ou não alterar as sensibilidades dos acelerômetros para a faixa de frequências em análise.

4.2- Ensaio Experimental de uma Aplicação Industrial.

Nos testes realizados, a estrutura foi suspensa em dois pontos com um cabo de aço de massa desprezável em cada um, apresentando, assim, condições de ligação que permitem um comportamento próximo das condições de corpo livre. A suspensão num ponto único poderia ser interessante, mas dada a forma complexa da estrutura dificultaria a estabilidade posicional.

A montagem permite 6 modos de vibração de corpo rígido, 3 translações e 3 rotações. Optou-se por este tipo de fixação da peça porque, para além de ser a de mais fácil implementação na prática, garante que o sistema em estudo não seja influenciado por fatores externos.



Figura 4. 5-- Fixação corpo livre.

Para a realização da análise modal experimental foi utilizado o seguinte equipamento:

- Analisador espectral SCADAS III com módulos de entrada preparada para ligar martelo e acelerômetro (por exemplo PQA, PQCA, ...)
O analisador tem como funções a aquisição e geração de sinal. Através de canais de aquisição, o analisador faz a leitura e processamento do sinal enviado pelos acelerômetros no domínio do tempo. Estes sinais são transformados pela FFT, o que permite obter as FRFs.
- Martelo de impacto mono axial PCB *PIEZOTRONICS*,
- Sensibilidade 5mV/lbf
- Acelerômetro mono axial PCB *PIEZOTRONICS*,
- Sensibilidade 1,21mV/lbf
- Acelerômetro mono axial PCB *PIEZOTRONICS*,
- Sensibilidade 1,02mV/lbf
- Acelerômetro mono axial PCB *PIEZOTRONICS*,
- Sensibilidade 1,13mV/lbf
- “Software” MODAL IMPACT da LMS para identificação modal,

Através do Anexo A pudemos observar que o excitador existente no LEM não possui capacidade suficiente para excitar a estrutura em estudo, pois o excitador só tem capacidade para excitar massas ate 7Kg e a estrutura em causa tem uma massa de 25 kg. Dai termos efetuado a análise experimental com o martelo de impacto.

A montagem para a realização dos ensaios experimentais resume-se em colocar a estrutura suspensa pelos 2 cabos de aço, fixar os acelerômetros nos devidos pontos, ligar os cabos dos acelerômetros e do martelo de impacto no sistema de aquisição/geração de sinal, e por fim configurar o sistema. O processo de configuração do sistema esta descrito pormenorizadamente no anexo B.

Foram realizados três ensaios experimentais independentes, com três pontos de excitação distintos. A resposta da estrutura foi medida através dos acelerômetros nos 25 pontos. Os pontos excitação, ponto 4, ponto 6 e o ponto 8 foram selecionados de forma a permitirem excitar todos os modos presentes no eixo traseiro. Figura 4.6.

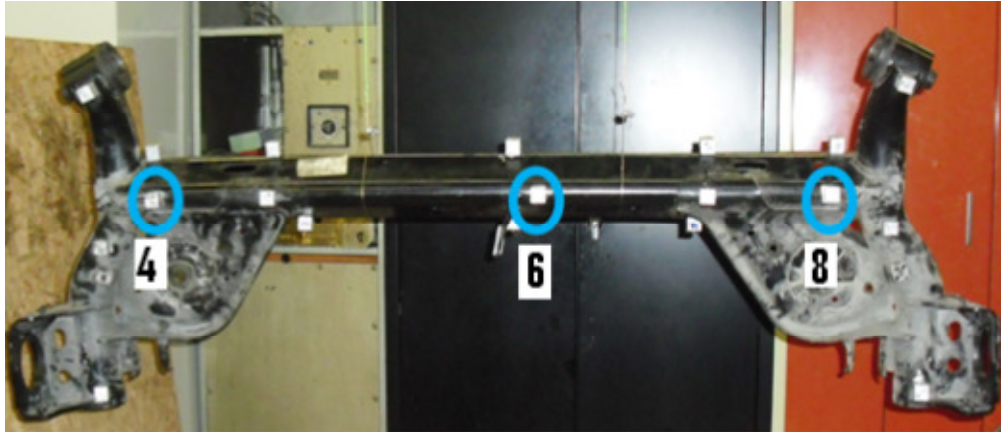


Figura 4. 6-- Localização dos pontos de excitação.

O principal objetivo deste processo é a determinação da função de resposta em frequência (FRF), calculada pela razão da resposta da estrutura (que é medida pelos acelerómetros) em relação à força de excitação (lida pelo sensor força) aplicada pelo martelo de impacto. Para tal é necessário instruir o analisador espectral com todos os parâmetros necessários para a realização dos ensaios, como a sensibilidade dos acelerómetros e do martelo de impacto assim como a posição relativa tridimensional dos pontos e direções de aplicação da excitação e dos pontos medidos em relação aos eixos de referência. Na figura 4.6 e 4.7 mostra-se a forma como foi implementada esta condição. Para garantir uma leitura triaxial dos acelerómetros foram colados na estrutura uns cubos posicionados nos pontos de leitura em cujas faces foram previstos pernos de fixação dos acelerómetros. Com esta montagem conseguiu-se uma leitura triaxial em cada nó.

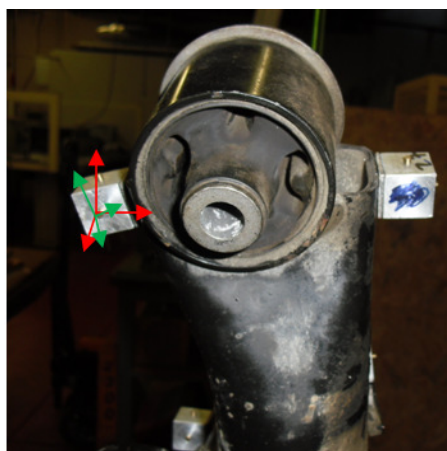


Figura 4. 7- Pontos com desvio relativo a origem. A vermelho referencial global e a verde referencial local de excitação e medida.

Na figura 4.8 é possível visualizar a montagem dos três acelerómetros num cubo.

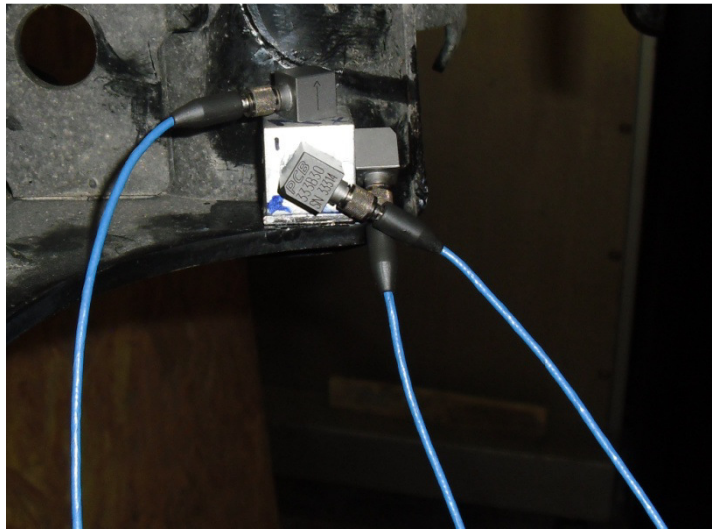


Figura 4. 8- Montagem dos três acelerómetros.

O princípio de funcionamento do ensaio experimental está ilustrado na figura 4.9. A excitação pontual, na direção pretendida, é provocada pelo martelo de impacto e a resposta é medida simultaneamente em três direções por três acelerómetros colocados no ponto escolhido. O software de análise modal apresenta a informação na forma de 3 FRFs (função de resposta em frequência). As 3 FRFs da estrutura são as relações entre a matriz quociente da aceleração com a matriz força de excitação. Depois a sobreposição das FRFs é tratada pelas funções de identificação modal permitindo obter os modos de vibração e as respectivas frequências naturais.

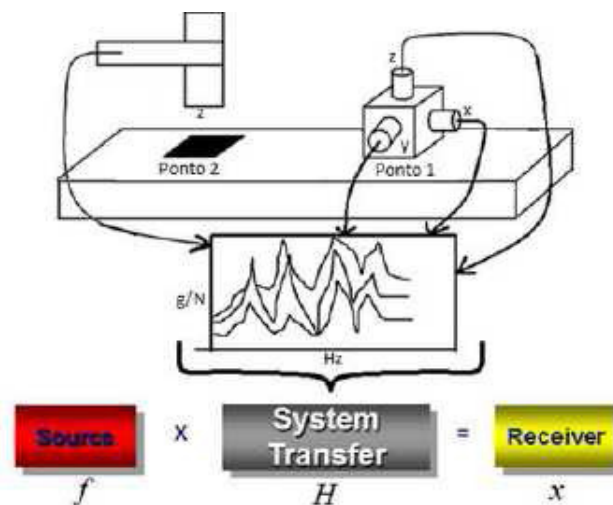


Figura 4. 9- Análise modal por impacto.

No ensaio experimental foram realizados 375 impactos para 3 pontos diferentes de excitação, nas três direções cartesianas globais X, Y, Z.. Os valores das frequências naturais obtidos nos ensaios experimentais estão apresentados na tabela 4.1.

Os resultados obtidos nos 3 ensaios experimentais são muito idênticos, pelo que se apresentam credíveis. No entanto a primeira frequência natural é bastante elevada relativamente às exigências impostas pelos OEM (original equipment manufacturer). Por esta razão seria interessante obter uma confirmação com os resultados obtidos numericamente o que não foi possível devido à falta de informação sobre a geometria da peça. Dada a sua complexidade, estava fora de hipótese o levantamento geométrico da peça.

Tabela 4. 1-- Valores Frequências Naturais, e Amortecimento, obtidos experimentalmente.

Modo de vibração	Frequência Excitação no ponto 4 (Hz)	ζ (%)	Frequência Excitação no ponto 6 (Hz)	ζ (%)	Frequência Excitação no ponto 8 (Hz)	ζ (%)	Modo de vibração
1	91,526	0,80	97,520	0,85	91,906	0,82	Torção
2	142,227	0,32	141,792	0,25	141,930	0,31	Flexão Y
3	169,198	0,16	168,182	1,05	169,113	0,16	Flexão Z
4	189,266	0,30	189,151	0,45	188,968	0,34	Flexão Y
5	226,771	0,69	227,349	0,79	226,713	1,02	Misto global
6	263,986	0,30	263,283	0,81	263,184	0,41	Misto global

Nas figuras 4.10 a);b); e c);, é possível observar o espectro de estabilização das FRFs obtidas em cada ensaio. Nas figuras abaixo representadas é possível observar que as frequências naturais foram selecionadas nos pontos onde são encontrados maior número de “S”, isto porque a letra S significa que tanto a frequência como o vetor amortecimento são estáveis dentro das do intervalo de tolerâncias definidas pelo utilizador.

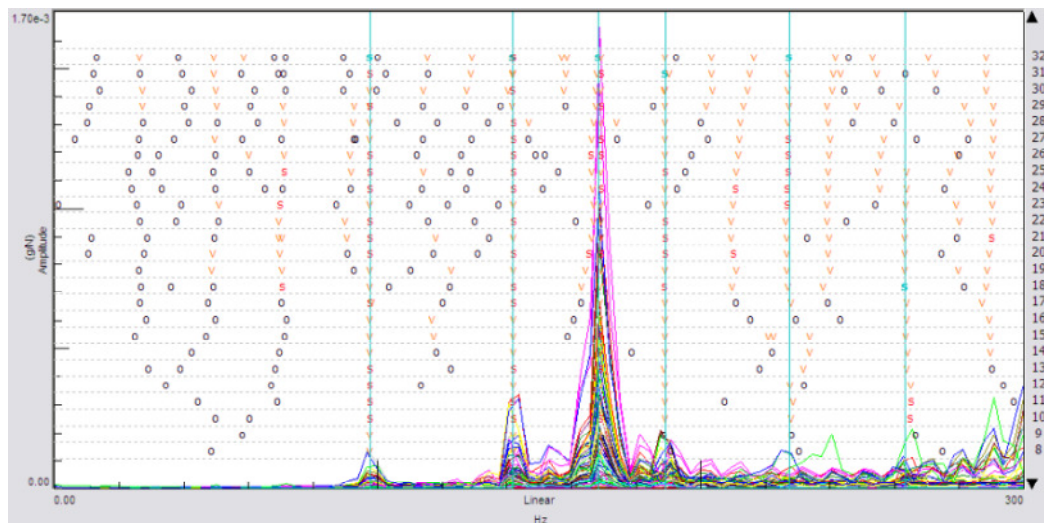


Figura 4. 10 a) -Espectro das FRFs, Excitação no ponto 4

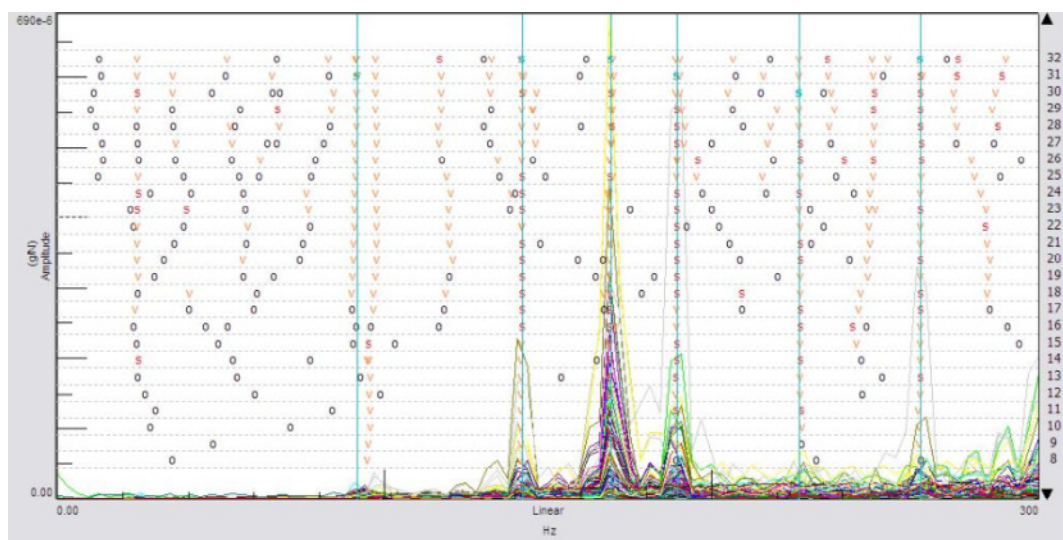


Figura 4.10 b) - Espectro das FRFs, Excitação no ponto 6

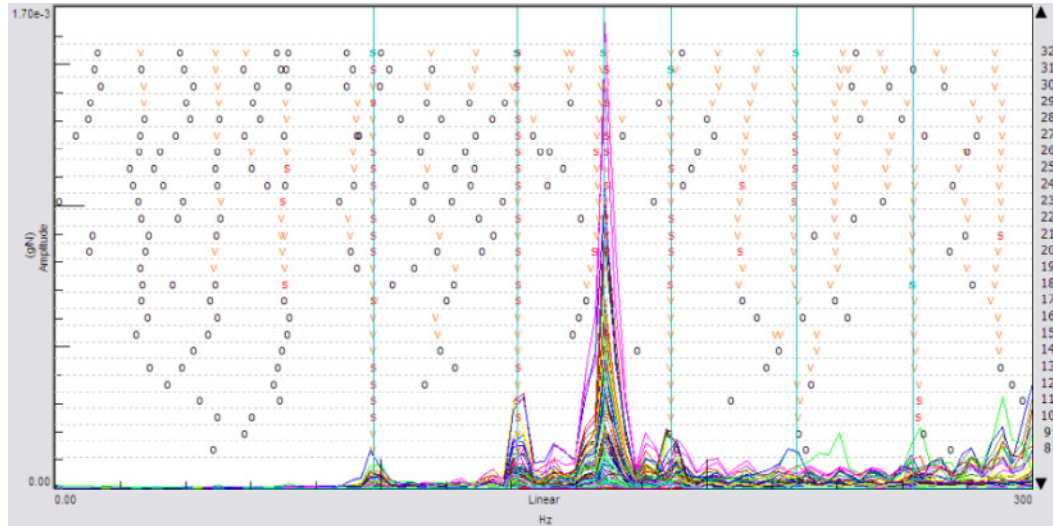


Figura 4.10 c) - Espectro das FRFs, Excitação no ponto 8

As figuras 4.11 a); b); c); d); e) f), representam os primeiros 6 modos de vibração observáveis através dos resultados obtidos pela análise experimental.

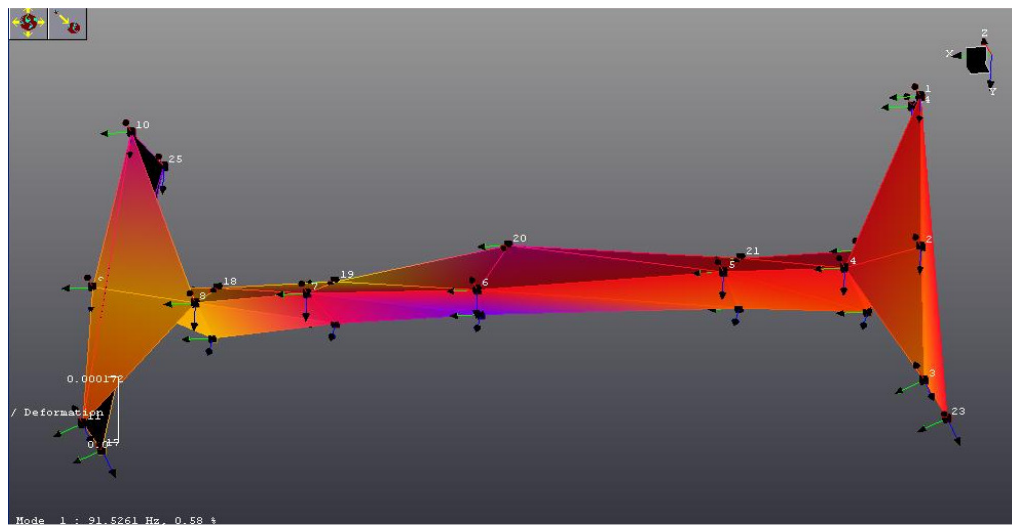


Figura 4.11 a)- Modo vibração 1 - 91,5 Hz – Torção

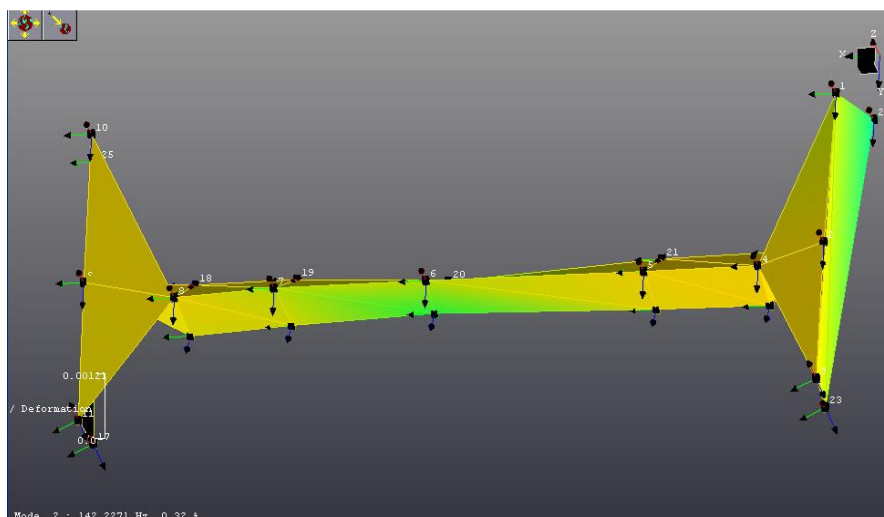


Figura 4.11 b) - Modo Vibração 2 - 142,2 Hz – Flexão Y

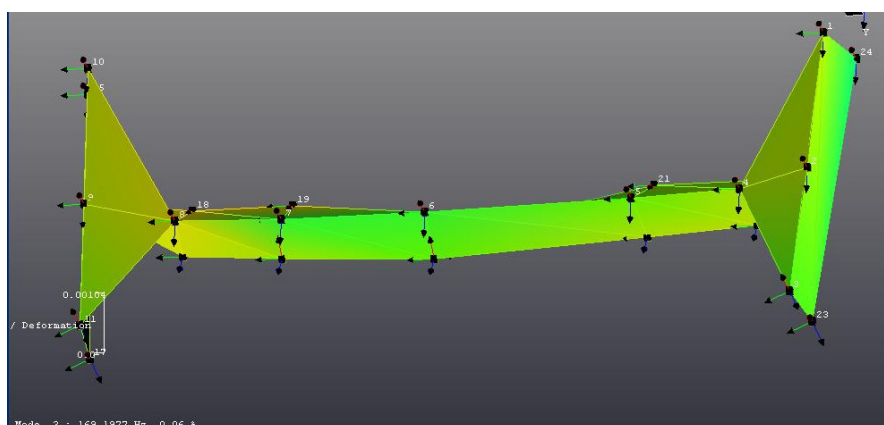


Figura 4.11 c) - Modo vibração 3 - 169,2 Hz – Flexão Z

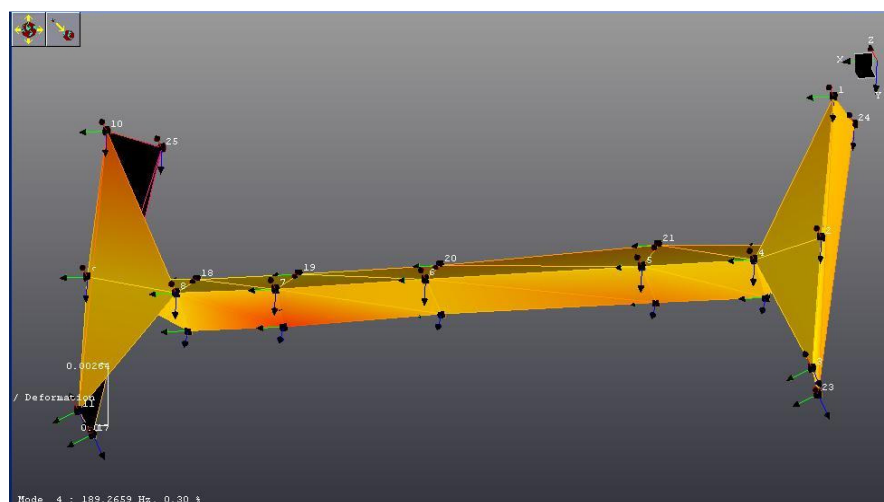


Figura 4.11 d) - Modo vibração 4 - 189,3 Hz - Flexão Y

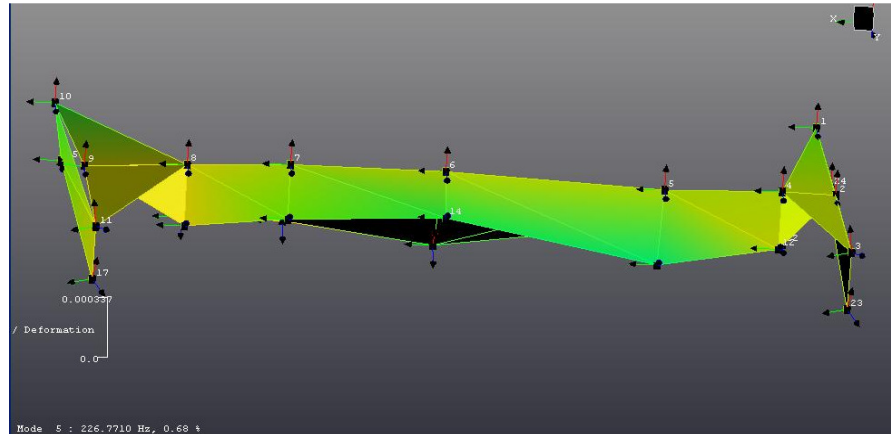


Figura 4.11 e) - Modo vibração 5 - 226,8 Hz – Misto Global

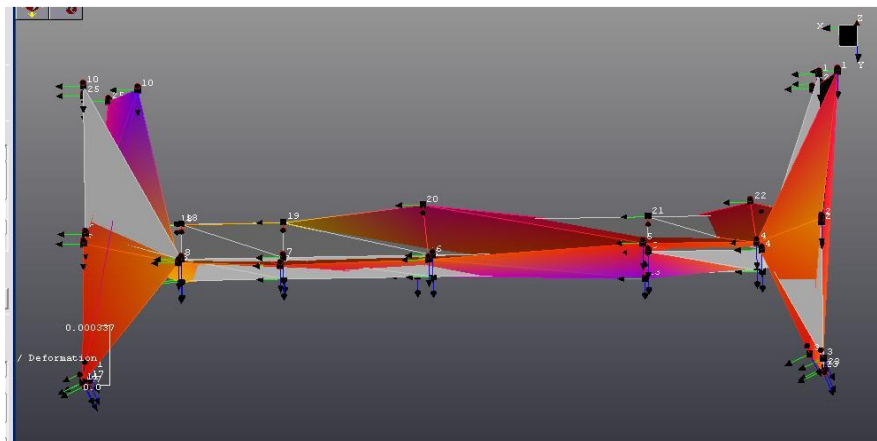


Figura 4.11 f) –Modo de vibração 6 - 263,184 – Misto Global

Analisados os resultados obtidos experimentalmente ficou a dúvida no que diz respeito ao primeiro modo de vibração, visto este ter valores significativamente elevados para a rigidez esperada no sistema.

Para eliminar de alguma forma as dúvidas existentes e como o primeiro modo de vibração, de torção, deve estar associado à parte da estrutura correspondente à barra de torção propriamente dita, decidiu-se modelar numericamente apenas esta parte da estrutura total e determinar as características dinâmicas deste elemento. Para isso procedeu-se ao levantamento dimensional da sua secção recorrendo a uma mesa de

coordenadas tridimensional CNC. Procedeu-se então à identificação dos raios de curvatura R1, R2 e do ângulo de inclinação α , como mostra a figura 4.12.

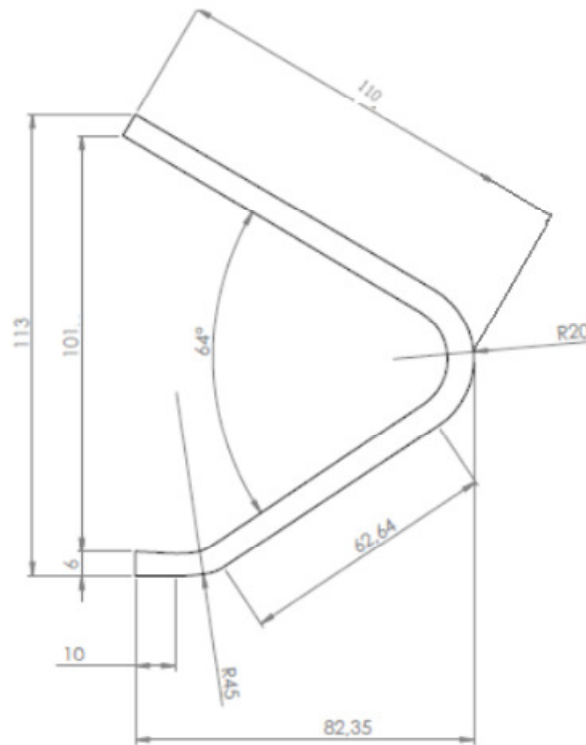


Figura 4. 12- Modelo Numérico

Onde:

$$R1 = 20 \text{ mm}$$

$$R2 = 45 \text{ mm}$$

$$\alpha = 64^\circ$$

Conhecidos os valores de R1, R2 e α , foi construído o modelo numérico representado na figura 4.13.

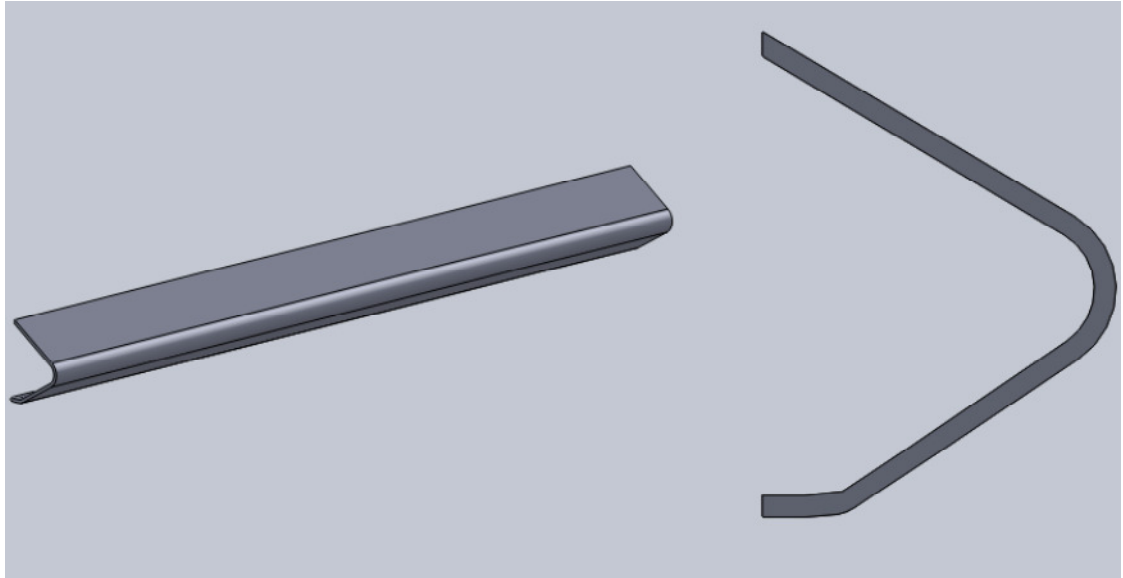


Figura 4. 13-- Representação do modelo numérico barra central eixo.

Numa segunda fase, recorrendo ao programa de elementos finitos ANSYS Workbench foi efetuada uma análise modal para determinar as frequências e os modos naturais de vibração deste componente isoladamente, podendo desta forma verificar se os valores obtidos experimentalmente coincidem ou se aproximam dos valores obtidos numericamente.

Ao efetuar a análise definiu-se que a barra estaria fixa (encastrada) nas suas extremidades, como melhor aproximação ao modelo real a barra central, uma vez que está presa ao restante corpo do eixo por 2 cordões de soldadura identificados na figura 4.14 não havendo qualquer outro ponto da barra que interfira com o resto.

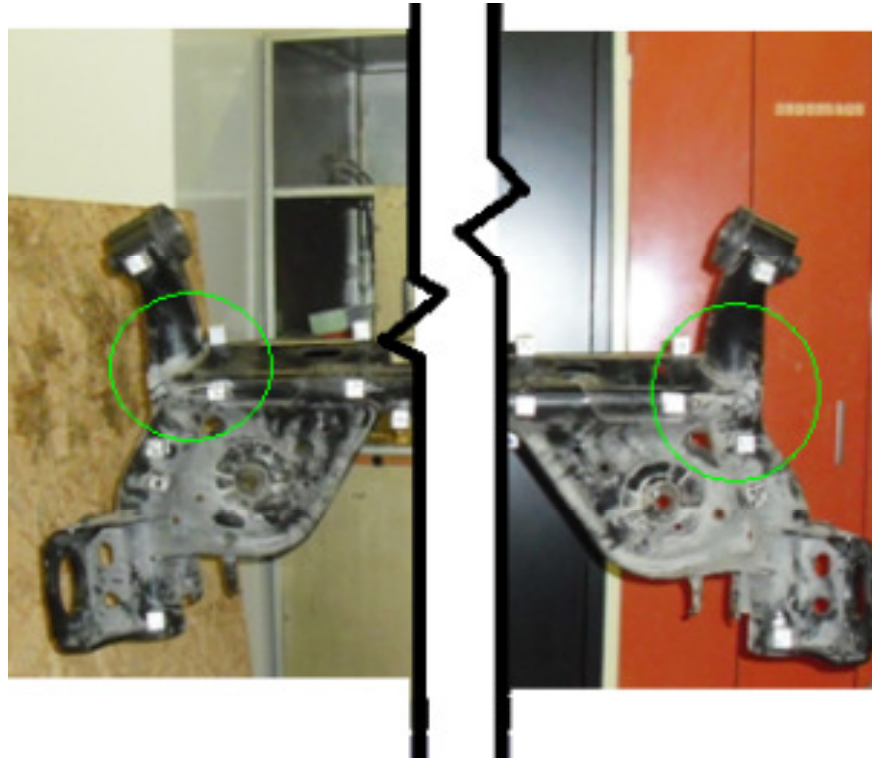


Figura 4. 14-- Identificação cordões de soldadura ligação barra central restante corpo.

Como a barra central tem uma menor rigidez que o restante corpo do eixo de torção a primeira frequência natural será previsivelmente desta, daí se ter tomado a decisão de se fixar as duas extremidades da barra. Figura 4.15.

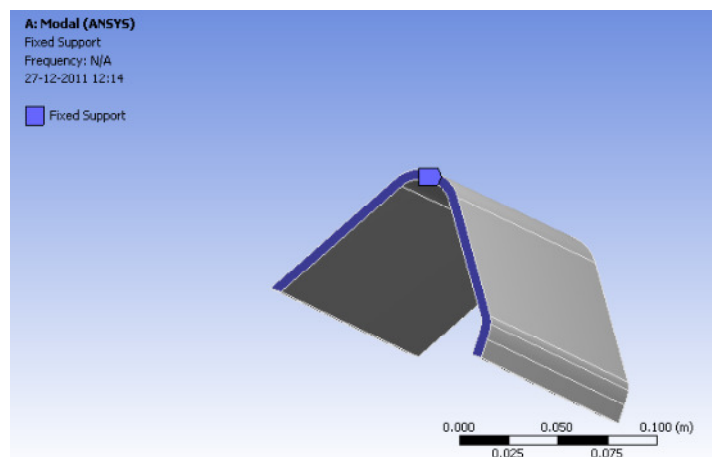


Figura 4. 15-- Extremidades da barra fixas.

De seguida foi resolvido numericamente o problema de valores e vetores próprios e obtidos apenas dois valores de frequências naturais de vibração para um intervalo de frequências 0-250 Hz, obtendo-se os valores representados na tabela 4.2.

Tabela 4. 2-- Valores Frequências naturais obtidas analiticamente.

Modo de vibração	Frequência (Hz)
1	94,818
2	207,13

Nas figuras 4.16 e 4.17 apresentam-se os modos de vibração 1 e 2 respectivamente, obtidos na análise numérica efetuada a barra central.

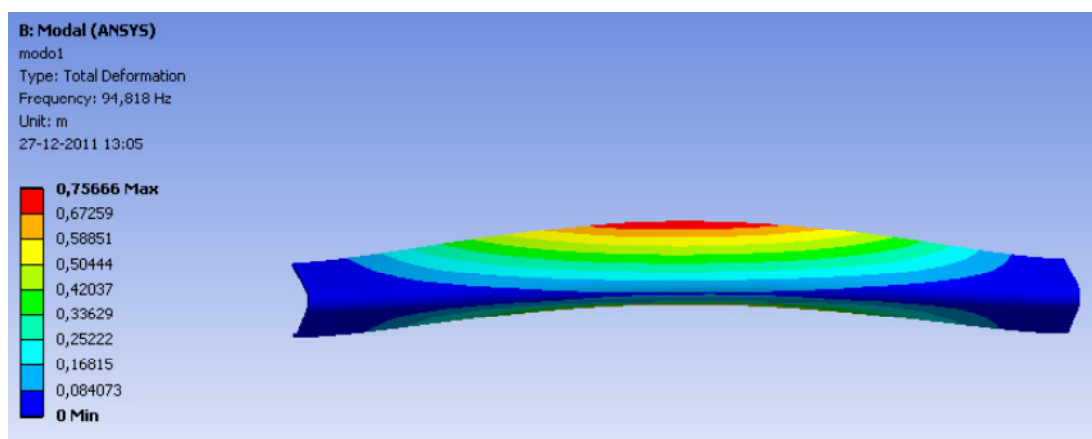


Figura 4. 16- Modo de vibração 1 (94,818Hz)

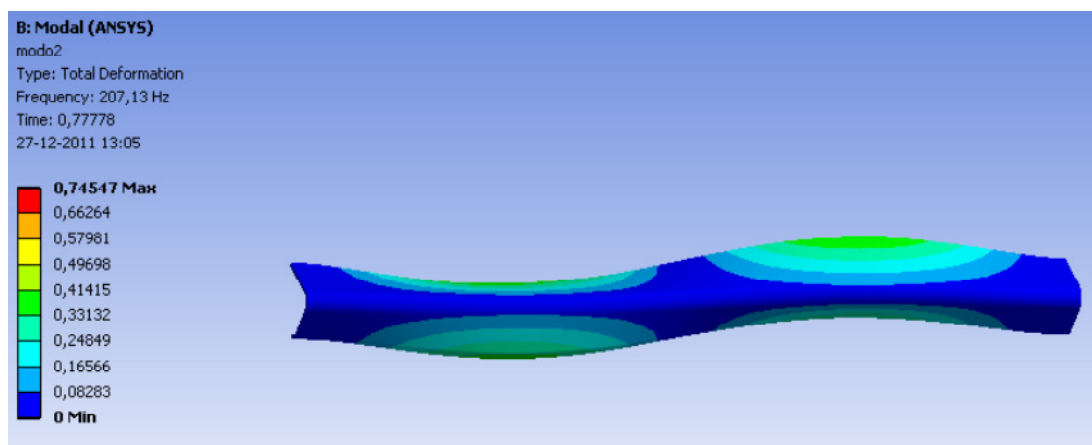


Figura 4. 17-- Modo de vibração 2 (207,13 Hz)

Observa-se nas tabelas 4.1 e 4.2 uma diferença de 3Hz entre os valores obtidos experimentalmente e numericamente.

Ainda assim podemos afirmar que os valores obtidos tanto numericamente como experimentalmente são bastante aproximados. Visto que os resultados obtidos serem muito parecidos e os modos de vibração obtidos tanto numericamente como experimentalmente serem iguais (figura 4.18), confirmando-se assim que os resultados obtidos experimentalmente são credíveis.

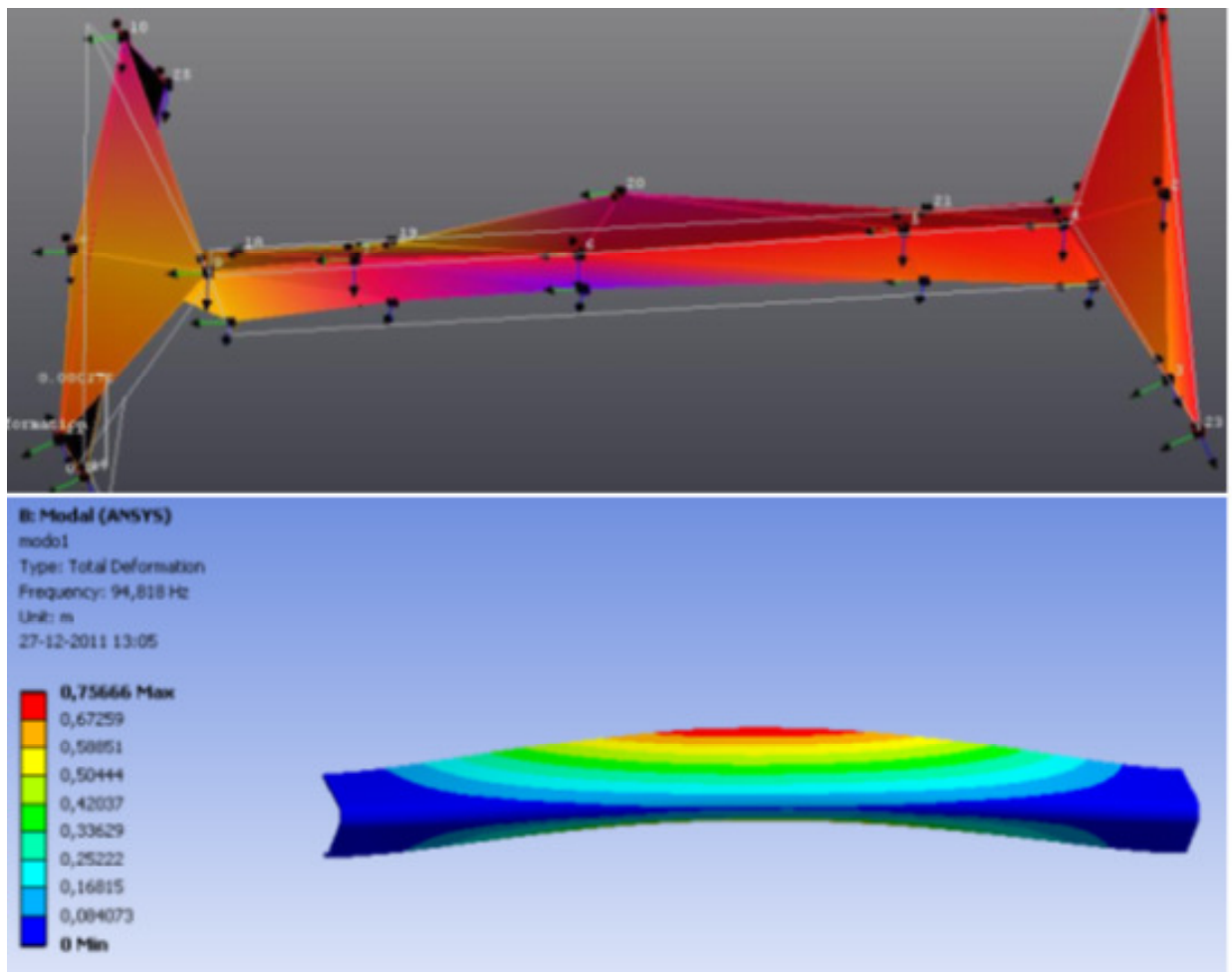


Figura 4. 18- Comparação modos vibração numérico e experimental.

5-CONCLUSOES

A análise modal tem por finalidade a avaliação das características dinâmicas dos sistemas estruturais, com base na análise da sua resposta, medida experimentalmente, às ações a que normalmente eles estão sujeitos.

A utilização da análise modal experimental para a caracterização dinâmica de estruturas envolve diversos aspetos, desde a utilização de transdutores adequados para a medição da resposta das estruturas, equipamentos de aquisição e armazenamento de dados, técnicas de ensaio, métodos de identificação para extração dos parâmetros modais a partir das respostas medidas experimentalmente e também a utilização dessas características modais para diversas finalidades, nomeadamente para a validação de modelos analíticos.

Os diversos aspetos referidos no parágrafo anterior foram abordados ao longo dos capítulos anteriores desta dissertação, o qual teve como principais objetivos:

- Analisar as diferentes técnicas utilizadas nos ensaios experimentais em análise modal, compreendendo os seus fundamentos e algoritmos.

- Implementar e aplicar métodos de identificação modal experimental a uma estrutura real.

Neste trabalho foram discutidas algumas técnicas de identificação modal experimental, tendo-se indicado os seus fundamentos, os procedimentos que são seguidos em cada um, as suas vantagens e por outro as suas limitações ou as suas dificuldades de utilização.

Uma vez apresentadas e entendidas as particularidades das diversas técnicas de identificação modal experimental, pode-se considerar como vantajosa a utilização de mais do que um método para analisar a mesma informação, pois, a comparação dos resultados obtidos com cada um, é uma boa forma de validação das conclusões dessa análise.

No âmbito da breve abordagem que foi feita neste trabalho relativamente aos métodos de correção de modelos analíticos com base nas características dinâmicas identificadas experimentalmente, apresentaram-se e aplicaram-se os métodos de

modificação direta das matrizes de massa e rigidez, tendo-se obtido resultados muito bons. Tal deve-se ao facto de, no caso considerado para exemplificar esses métodos, ter sido considerado um modelo modal que foi caracterizado de forma completa a partir da informação experimental.

Relativamente à análise modal experimental realizada no modelo real, os resultados obtidos experimentalmente para as frequências naturais e modos de vibração, foram bastantes satisfatórios para o tipo de solicitações a que este componente esta sujeito na pratica. Do ponto de vista teórico, ou seja pela análise numérica efetuada pelo método de elementos finitos, verificou-se não existirem grandes diferenças entre os resultados obtidos através das duas metodologias.

As diferenças existentes, prendem-se com o facto de terem sido cometidos alguns erros do utilizador quer na aplicação dos acelerómetros, quer na falta regularidade do impulso aplicado, pelo martelo de impacto.

No que diz respeito á modelação por elementos finitos, apesar de ser uma área onde tem sido feita muita investigação, requer ainda um grande desenvolvimento no que se refere á modelização e caracterização dos modelos.

5.1- Sugestão para trabalhos futuros.

À medida que aprofundamos o estudo de uma determinada área da ciência é habitual surgirem novos caminhos de investigação. Apos a realização deste estudo, deixaríamos em aberto, algumas sugestões para futuros trabalhos de investigação neste campo da Dinâmica de Estruturas.

O trabalho aqui realizado sobre as diversas técnicas e fundamentos da análise modal experimental, poderá ter continuidade através da realização de ensaios experimentais para deteção de defeitos utilizando os parâmetros modais estudados.

Analisar o comportamento dos parâmetros modais considerando a variação na amplitude dos modos, trabalhando sem a normalização dos vetores com as formas modais.

6-REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

He Jimin and Fu Zhi-Fang., (2001), *Modal analysis*, Butterworth-Heinemann

Zhang Lingmi, Yao Yigxian, Advances in Modal Identification- from SISI, SIMO to MIMO Methods, Proceedings of the 5th International Modal Analysis Conference, 1987.

Meireles, José., Analise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente, Tese de Doutorado, Universidade do Minho, (2007),

Maia M. M. Nuno and Silva M. M. Julio., (1998), *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Reserch Studies Press LTD.

Richardson Mark, Modal Analysis Using Digital Test System, Hewllet Packard, 1988.

BROCH, J. T., *Mechanical Vibration and Shock Measurements*, Bruel & Kjaer Publication, 1980.

Rao, J. S. & Gupta, K, *Introductory Course on Theory and Practice of Mechanical Vibration*. John Wiley & Sons Inc., 1984.

HALVORSEN, W. G. & BROWN, L. D., Impulse Technique for Structural Frequency Response Testing, *Sound and Vibration*, November, 1977.

Ewins D.J. ., *Modal Testing: Theory, Practice and Application*,(2000), Second Edition, Reserch Studies Press LTD.

Rodrigues J.D., Analyse Modal Experimentale, Rapport Scientifique EPFL/DME/LMA, 1988.

David L. Brown and Randall J. Allemang, The Modern Era of Experimental Modal Analysis, University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio, SOUND AND VIBRATION / JANUARY 2007.

Shen, F., Zheng, M., Feng Shi, D., Xu, F., Using the Cross-Correlation Technique to Extractmodal Parameters on Response-Only Data, *Journal of Sound and Vibration*, 2003.

Allemang, R. J., 1999, *Vibrations: Experimental Modal Analysis*, Course Notes, Seventh Edition, Structural Dynamics Research Laboratory, University of Cincinnati, OH.

Allemang, R.J., 1982, “*Experimental Modal Analysis Bibliography*” Proceedings of the IIMAC.

Carracosa Luis I., Busturia Jesús M., Global Experimental Modal Analysis. A Comparision of Different Methods, Proccedings of the 3th Internetional Modal Analysis Conference, 1985.

Cunha, H., Melhoramento de Modelos de Elementos Finitos com Aplicação à Dinâmica Estrutural de Veículos Ferroviários, Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 1997.

Ribeiro Pedro Manuel Leal, Modelação por Desacoplamento Dinâmico, Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 1994.

Mottershead, J.E. and Friswell, M.I., *Model updating in structural dynamics: a survery*, J. Sound Vibrations 167(2), 347-375, 1995

Lallement, G. and Zhang, Q., Selective structural modifications: applications to the problem of eigensolutions sensitivity and model adjustment, *Mech. Sys. Sig. Proc.* 3(1), 55-69, 1989

ANSYS user's manual, Swanson Analysis Inc. 1992

LMS Scadas user's manual, Modal Analysis. 2007

Meireles J., Ambrósio, J., Montalvão e Silva J. e Pinho, A.C.M., Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente, 8º Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica, Cusco, Peru, Outubro 2007.

Meireles J., Ambrósio, J., Montalvão e Silva J. e Pinho, A.C.M., Structural Dynamic Analysis by Finite Element Models Experimentally Identified: an Approach Using Modal Data, Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures EVACES'07 Conference, FEUP, Porto, Portugal, October 2007.

Meireles J., Ambrósio, J., Montalvão e Silva J. e Pinho, A.C.M., Aplicações do Método dos Elementos Finitos a ligações na Dinâmica de Estruturas, Conferência Nacional de Dinâmica de Sistemas Multicorpo DSM2007, Conferência, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães, 6-7 Dezembro 2007.

Gonçalves, J.P.C., Estudo de Elementos Deformáveis Aplicado a Veículos Utilizando Sistemas de Cornos Múltiplos Rígido-Flexíveis, Tese de mestrado, Instituto Superior Técnico, Portugal, 1995.

ANEXO.

ANEXO A- Metodologia para a Seleção de excitadores.

Recorrendo ao manual do excitador V200 Series Vibrators existente no Laboratório Engenharia Mecânica (LEM), foi possível retirar algumas conclusões, no que diz respeito à forma de se seleccionar corretamente o tipo de excitador para se realizar a análise modal.

Na tabela A1) é possível observar os valores de referência do excitador, que foram utilizados na realização do estudo sobre os parâmetros do excitador.

Tabela A1) - Valores característicos do excitador

Força		17.8 N
Gama Frequências útil	f	5 – 13000Hz
Aceleração máxima	a	890 m/s ²
Deslocamento pico a pico	d	5 mm
Amplitude	$X = (d/2)$	2,5mm

A amplitude máxima de excitação tem a ver com a sensibilidade do sistema de aquisição de sinal, como é o caso dos acelerómetros.

Por sua vez acelerómetros muito sensíveis precisam de ter massas sísmicas muito elevadas que influenciam na resposta das estruturas, uma vez que tem de ficar bem acopladas às mesmas. Por esta razão pode ser crítica a escolha destes componentes na preparação de um ensaio modal experimental.

A aceleração disponível pelo excitador para baixas frequências, está limitada pelo valor da amplitude, podendo a aceleração ser calculada pela equação (A1).

$$a = 4.\pi^2.f^2.X$$

(A1)

Pela equação (A1) podemos determinar a aceleração mínima disponível pelo excitador substituindo as incógnitas f e X por 5Hz e 0,0025m temos que:

$$a = 4.\pi^2.5^2.0,0025 = 2,46m / s^2$$

Resolvendo a equação(A1) em ordem a f obtemos a equação(A2) onde podemos determinar a que frequência é atingida a aceleração máxima do excitador.

$$f = \sqrt{\frac{a}{4 \cdot \pi^2 \cdot X}}$$

(A2)

Substituindo na equação anterior as incógnitas a e X por $890m/s^2$ e $0,0025m$ respetivamente temos que a frequência a que se atinge a aceleração máxima e tal que:

$$f = \sqrt{\frac{890}{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,0025}} = 95Hz$$

Recorrendo á equação (A2) foi possível elaborar a tabela b) onde se pode observar a que frequências é possível alcançar os diferentes valores de acelerações, e qual a massa máxima que o excitador e capaz de excitar. O valor da massa é obtido pela equação:

$$m = \left(\frac{F}{a} \right) - \text{massa do stringer} \quad (A3)$$

Tabela A2) Acelerações vs frequências.

g	m/s ²	x [mm]	massa desloc[kg]	f [Hz]
90,816	890,00	2,5	7,2E-08	95,0
80	784,00	2,5	2,7E-03	89,1
70	686,00	2,5	5,9E-03	83,4
60	588,00	2,5	1,0E-02	77,2
50	490,00	2,5	1,6E-02	70,5
40	392,00	2,5	2,5E-02	63,0
30	294,00	2,5	4,1E-02	54,6
20	196,00	2,5	7,1E-02	44,6
10	98,00	2,5	1,6E-01	31,5
9	88,20	2,5	1,8E-01	29,9
8	78,40	2,5	2,1E-01	28,2
7	68,60	2,5	2,4E-01	26,4
6	58,80	2,5	2,8E-01	24,4
5	49,00	2,5	3,4E-01	22,3
4	39,20	2,5	4,3E-01	19,9
3	29,40	2,5	5,9E-01	17,3
2	19,60	2,5	8,9E-01	14,1
1	9,80	2,5	1,8E+00	10,0
0,9	8,82	2,5	2,0E+00	9,5
0,8	7,84	2,5	2,3E+00	8,9
0,7	6,86	2,5	2,6E+00	8,3
0,6	5,88	2,5	3,0E+00	7,7
0,5	4,90	2,5	3,6E+00	7,0
0,4	3,92	2,5	4,5E+00	6,3
0,3	2,94	2,5	6,0E+00	5,5
0,25	2,46	2,5	7,2E+00	5,0

Pela tabela A2) é possível verificar que o excitador tem uma capacidade de excitação até uma massa de 7Kg, podemos ainda concluir que quanto maior o peso do sistema em movimento, menor será a aceleração atingida pelo excitador.

Sabendo que o excitador tem um deslocamento máximo pico a pico de 5mm e sendo a sua amplitude de 2,5mm e que para altas frequências a aceleração não esta limitada pela amplitude, deduzindo a equação (A1) em ordem a X temos:

$$X = \frac{a}{4.\pi^2.f^2} \quad (A4)$$

Substituindo na equação (A4) as incógnitas a e f por diferentes valores obtemos a tabela A3) onde podemos verificar os vários valores de amplitudes obtidos.

Tabela A3) Valores de amplitudes.

			f [Hz]	5	10	30	100	200	250
g	m/s ²	Massa desloq[g]	massa desloq[kg]	x [mm]	x [mm]	x [mm]	x [mm]	x [mm]	x [mm]
90,816	889,997		7,2E-08	9,0E+02	2,3E+02	2,5E+01	2,3E+00	5,6E-01	3,6E-01
80	784,000		2,7E-03	7,9E+02	2,0E+02	2,2E+01	2,0E+00	5,0E-01	3,2E-01
70	686,000		5,9E-03	7,0E+02	1,7E+02	1,9E+01	1,7E+00	4,3E-01	2,8E-01
60	588,000		1,0E-02	6,0E+02	1,5E+02	1,7E+01	1,5E+00	3,7E-01	2,4E-01
50	490,000		1,6E-02	5,0E+02	1,2E+02	1,4E+01	1,2E+00	3,1E-01	2,0E-01
40	392,000		2,5E-02	4,0E+02	9,9E+01	1,1E+01	9,9E-01	2,5E-01	1,6E-01
30	294,000		4,1E-02	3,0E+02	7,4E+01	8,3E+00	7,4E-01	1,9E-01	1,2E-01
20	196,000		7,1E-02	2,0E+02	5,0E+01	5,5E+00	5,0E-01	1,2E-01	7,9E-02
10	98,000		1,6E-01	9,9E+01	2,5E+01	2,8E+00	2,5E-01	6,2E-02	4,0E-02
9	88,200		1,8E-01	8,9E+01	2,2E+01	2,5E+00	2,2E-01	5,6E-02	3,6E-02
8	78,400		2,1E-01	7,9E+01	2,0E+01	2,2E+00	2,0E-01	5,0E-02	3,2E-02
7	68,600		2,4E-01	7,0E+01	1,7E+01	1,9E+00	1,7E-01	4,3E-02	2,8E-02
6	58,800		2,8E-01	6,0E+01	1,5E+01	1,7E+00	1,5E-01	3,7E-02	2,4E-02
5	49,000		3,4E-01	5,0E+01	1,2E+01	1,4E+00	1,2E-01	3,1E-02	2,0E-02
4	39,200		4,3E-01	4,0E+01	9,9E+00	1,1E+00	9,9E-02	2,5E-02	1,6E-02
3	29,400		5,9E-01	3,0E+01	7,4E+00	8,3E-01	7,4E-02	1,9E-02	1,2E-02
2	19,600		8,9E-01	2,0E+01	5,0E+00	5,5E-01	5,0E-02	1,2E-02	7,9E-03
1	9,800		1,8E+00	9,9E+00	2,5E+00	2,8E-01	2,5E-02	6,2E-03	4,0E-03
0,9	8,820		2,0E+00	8,9E+00	2,2E+00	2,5E-01	2,2E-02	5,6E-03	3,6E-03
0,8	7,840		2,3E+00	7,9E+00	2,0E+00	2,2E-01	2,0E-02	5,0E-03	3,2E-03
0,7	6,860		2,6E+00	7,0E+00	1,7E+00	1,9E-01	1,7E-02	4,3E-03	2,8E-03
0,6	5,880		3,0E+00	6,0E+00	1,5E+00	1,7E-01	1,5E-02	3,7E-03	2,4E-03
0,5	4,900		3,6E+00	5,0E+00	1,2E+00	1,4E-01	1,2E-02	3,1E-03	2,0E-03
0,4	3,920		4,5E+00	4,0E+00	9,9E-01	1,1E-01	9,9E-03	2,5E-03	1,6E-03
0,3	2,940		6,0E+00	3,0E+00	7,4E-01	8,3E-02	7,4E-03	1,9E-03	1,2E-03
0,25	2,460		7,2E+00	2,5E+00	6,2E-01	6,9E-02	6,2E-03	1,6E-03	1,0E-03

valores acima da amplitude maxima
valores abaixo da amplitude maxima
acelerações maxima e minima

Pela tabela A3) podemos concluir que à medida que aumentamos a frequência as amplitudes necessárias para se obter resultados claros na análise modal são muito pequenas, e ainda que quanto maior a massa a excitar maior terá de ser o valor da aceleração para que se possam obter bons resultados.

Tendo o excitador utilizado neste exemplo uma Força 17,8 N, com capacidade de excitar uma massa de 7Kg, recorrendo a equação (A5)

$$F = m.a \quad (A5)$$

Em que:

$$F = \text{Força}$$

$$m = \text{massa}$$

$$a = \text{aceleração}$$

Deduzindo a equação anterior em ordem a aceleração temos:

$$a = \frac{F}{m} \quad (A6)$$

Substituindo as incógnitas F e m por 17,8N e 7 Kg respetivamente iremos ter:

$$a = \frac{17,8}{7} = 2,5m / s^2$$

Adotando o valor obtido anteriormente como um rácio de acelerações aceitáveis, obtemos a tabela A4), onde, a partir das conclusões aqui obtidas, podemos extrapolar a aplicação deste princípio para outros tipos de excitadores.

Na tabela A5, são apresentados os valores recomendados por um fabricante específico. Nela se pode observar os diferentes modelos e as forças de excitação de cada um, características que nos permitiram selecionar posteriormente o excitador por comparação com os valores obtidos na tabela A4.

Tabela A4) - Tabela seleção de excitadores.

		F	m	R
Racio F/m		17,8	7,2	2,5
shaker2004E		20	8,09	
		25	10,11	
		28	11,33	
shaker2007E		31	12,54	
		34	13,75	
		37	14,97	
		40	16,18	
		43	17,39	
		46	18,61	
		49	19,82	
		52	21,03	
		55	22,25	
shaker2025E		58	23,46	
		61	24,67	
		64	25,89	
		67	27,10	
		70	28,31	
		73	29,53	
		76	30,74	
shaker2060E		133	53,80	
		156	63,10	
		178	72,00	
		267	108,00	
		334	135,10	
		440	177,98	
		489	197,80	

Onde :

F= força

m= massa

R= Relação entre a Força do excitador e valor da massa máxima a excitar

Tabela A5)

Application	Shaker Model	Amplifier Model	Force Rating lbf (N) _{pk} shaker/amp pair	Stroke (in _{pk-pk})	Weight * lb (kg)	Max Freq (Hz)
Modal analysis, general vibe, small structures	2004E	2100E21-100	4 (20)	0.2	6 (3)	11,000
	K2004E01	Integrated			7 (3)	
Modal analysis, general vibe, small structures	2007E	2100E21-100	7 (31)	0.5	6 (3)	9,000
	K2007E01	Integrated			7 (3)	
Modal analysis, small to medium structure	2025E	2100E21-400	13 (58)	0.75	13 (6)	9,000
Modal analysis, medium to large structure	2060E	2100E21-400	30 (133)	1.4	37 (17)	6,000
		2050E09	60 (267)			
Modal analysis, medium to large structure	2100E11	2100E21-400	35 (156)	1	33 (15)	5,400
		2100E18	100 (440)			
Dual purpose design, modal and general vibe	2075E	2100E21-400	40 (178)	1	35 (16)	6,500
		2050E09	75 (334)			
Dual purpose design, modal and general vibe	2110E	2050E09-FS	110 (489)	1	54 (25)	6,500
Accelerometer calibration, low to high frequency, payloads < 300 grams	394A30	2100E21-C	15 (67)	0.4	22 (10)	50,000

Na tabela A4 podemos ver quais os excitadores adequados para o tipo de massa que se pretende excitar. Desta forma é possível proceder á correta seleção do tipo de excitador.

Comparando os valores da tabela A4 com os valores da tabela A3 podem concluir que a força do excitador dever ser no mínimo 2,5 vezes superior á massa a excitar para que seja possível a obtenção dos valores desejados. Conclui-se ainda que quanto maior a força de excitação menor a energia necessária para se obterem resultados claros.

ANEXO B - Manual configuração para o teste de impacto.

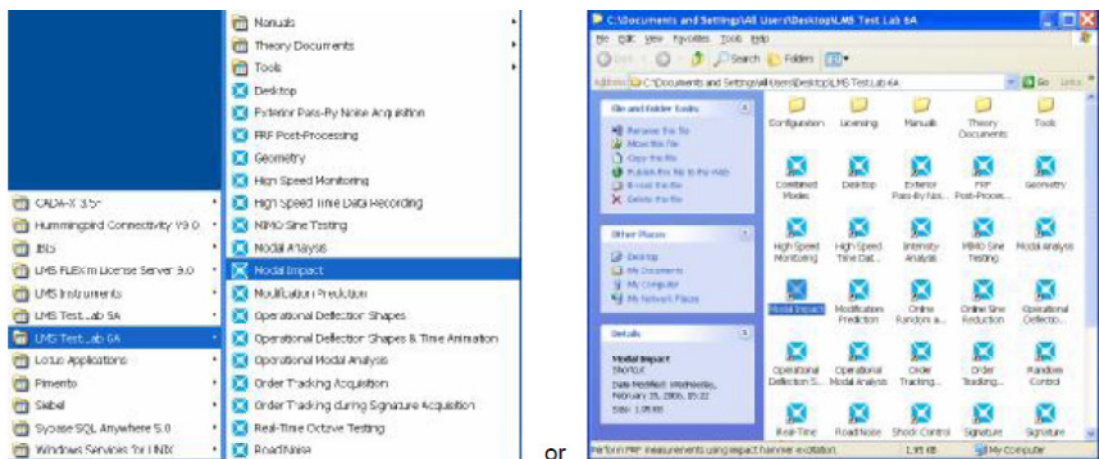
1. Introdução

Antes de começar, certifique-se o Controlador (SCADASIII) está conectado corretamente ao computador e verifique se ele está ligado.

De seguida deve , iniciar o LMS Test.Lab Modal Impact.

È possível efetuar este passo por duas formas;

- Iniciar - Programas - LMS Test.Lab 8A - Modal Impact
- Abrir o 'LMS Test.Lab 8A, através da pasta presente no ambiente de trabalho, e selecione o ícone Modal Impact.



Depois de aberto o programa, abra o projeto que contém a geometria, clicando no ícone " 'Open project' " e selecione o projeto ' Modal Impact Geometry.lms'.

➤ **Selecione o projeto ' Modal Impact Geometry.lms'**

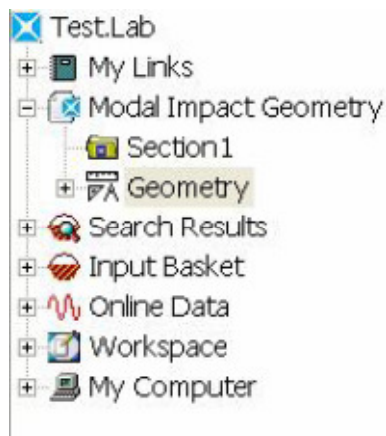


Apos abrir o projeto, certifique-se que a geometria corresponde à estrutura se pretende medir. Ir para o navegador, abra a janela da geometria e arraste a geometria para o ficheiro onde ira efetuar o estudo.

- **Navigator**
- **Abra a janela da Geometria**



- **Arraste a geometria para o ficheiro onde ira efetuar o estudo.**



2. Configuração dos canais

A configuração dos canais para o teste de impacto modal não é difícil. A configuração mais simples é quando se usa apenas o martelo de impacto e um acelerómetro, para medir a resposta. Esta é a configuração usada ao longo deste tutorial..

Selecionar " Channel Setup" na janela para configurar os canais.



Na configuração dos canais que irão ser definidos os parâmetros mínimos necessários para o teste de impacto modal.

Normalmente, o primeiro canal é para o martelo e o segundo canal para o acelerômetro, no entanto, não é obrigatório que assim seja. Faça o que fizer, certifique-se de seu martelo é sempre o canal de referência, mesmo não sendo o primeiro canal.

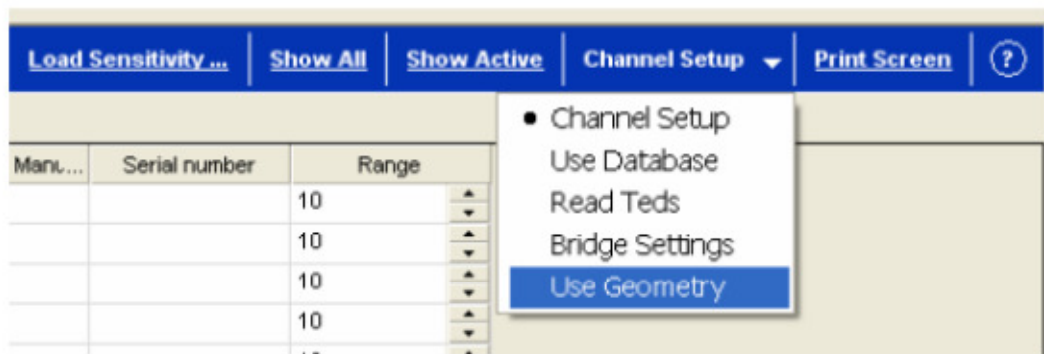
➤ **Ligue o martelo e acelerômetro ao controlador**

➤ **Faça uma escolha ou digite um valor para, pelo menos, os seguintes campos:**

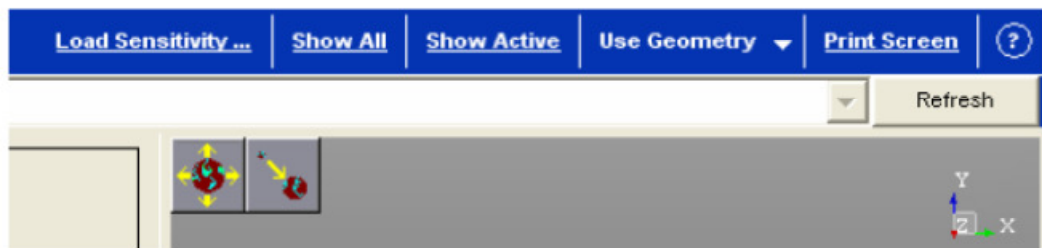
- On / Off
- Referência (Ativo para o martelo, inativo para o acelerômetro)
- Channel Group Id (vibrações)
- Modo de Entrada (ICP, de carga, ... isso depende do martelo e acelerômetro usado)
- Measured Quantity (Força para o canal de martelo, de aceleração para o acelerômetro)
- Sensibilidade real (que depende do martelo e do acelerômetro). Atenção às unidades usadas.

O Ponto e a direção do campo são importantes também. Você pode usar a geometria definida para selecionar as informações de ponto.

➤ **Selecione a opção " Use Geometry" para a configuração Canal**



- **Click no botão Refresh**



A geometria da peça será agora exibida no lado direito do ecrã.

- **Selecione o primeiro ponto na lista de ' Use Geometria ' (complete row)**

Agora vamos atribuir aos pontos os canais corretos. O martelo ira medir o ponto que cinto o canal do martelo. (certifique-se a linha completa é selecionada clicando no número da linha) e clique em '<<<INSERT '.

- **Selecione a linha que contém o martelo (clique no número da linha) e click no botão '<<<INSERT '.**



O mesmo é feito para o canal do acelerómetro,

- **Atribuir um ponto para o canal acelerômetro**

A única informação que necessita de ser adicionada ao ponto é a direção em que os dados serão medidos tanto para o Martelo como para o acelerómetro. Para o caso em

que o eixo referencial de excitação não coincide com o eixo referencial global, deve ser feita a introdução do valor do desvio no campo ‘Nodal Coordinate system’ Euler Angles’, para cada ponto.

➤ **Visualize ângulos de Euler**

Clicando no botão do lado direito do rato sobre a geometria e selecione ‘Undeformed Model – Nodes – Euler Angles’. Em cada ponto será mostrado o eixo de referencia, deve ai selecionar a direção em que o martelo bate na estrutura, a direção em que o acelerômetro mede a resposta, e introduzir o valo do desvio existente entre os eixos.

➤ **Definir as instruções corretas para o seu martelo e acelerômetro.**

Normalmente, o martelo efetua as batidas na direção -Z, enquanto o acelerômetro irá medir na direção +Z, mas isso, depende da complexidade da estrutura, ou como são definidos os eixos globais do sistema.

Agora estamos prontos para configurar os parâmetros de aquisição para um teste de impacto modal.

3.Escolha dos parâmetros de aquisição

Verificar o sinal de entrada

A primeira coisa que queremos é verificar se tanto o martelo como o acelerômetro estão atuar corretamente. Para isso:

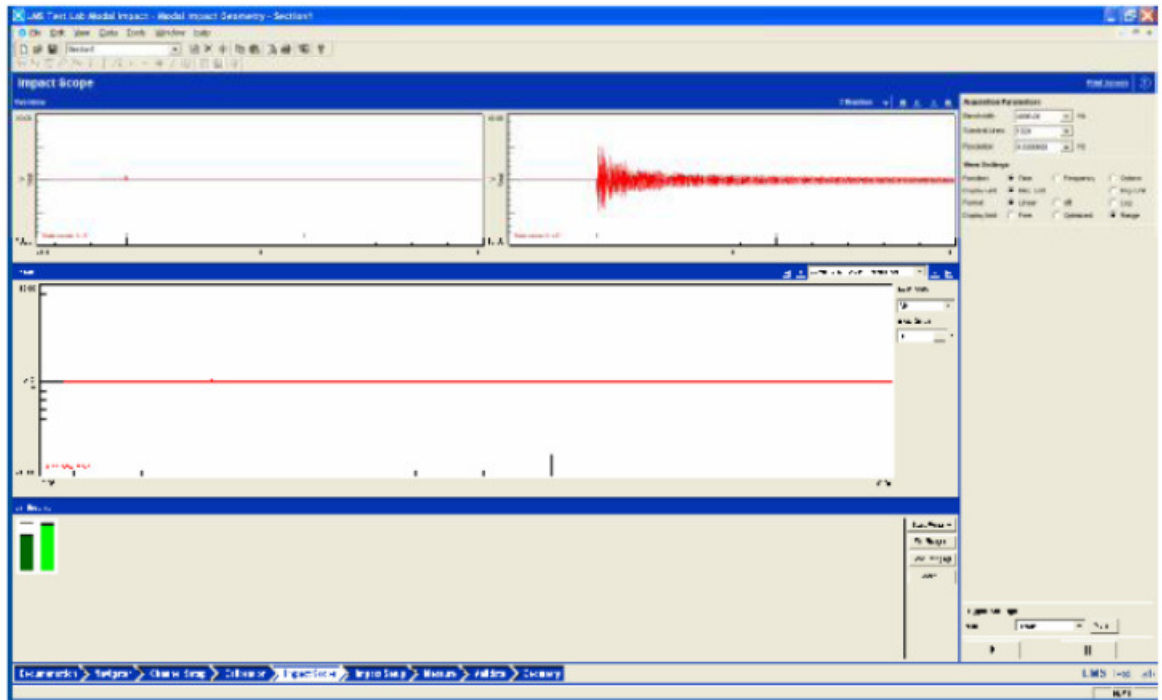
➤ **Selecione "Impact Scope."**



Deixe as configurações como estão, por agora, coloque o acelerômetro sobre a estrutura, desfira uma pancada suave com o martelo sobre a estrutura.

➤ **Coloque o acelerômetro num ponto de medição da estrutura e bata na estrutura com o martelo.**

Normalmente, é visualizado uma linha nítida no visor inferior esquerdo e uma resposta de declínio na janela superior direita (ver imagem)



Na maioria dos casos, o impacto do martelo será um pico muito pequeno, porque o 'Input Range' não está configurado corretamente. O acelerômetro geralmente dá um resposta agradável, embora, isso depende da força do impacto e da sensibilidade acelerômetro.

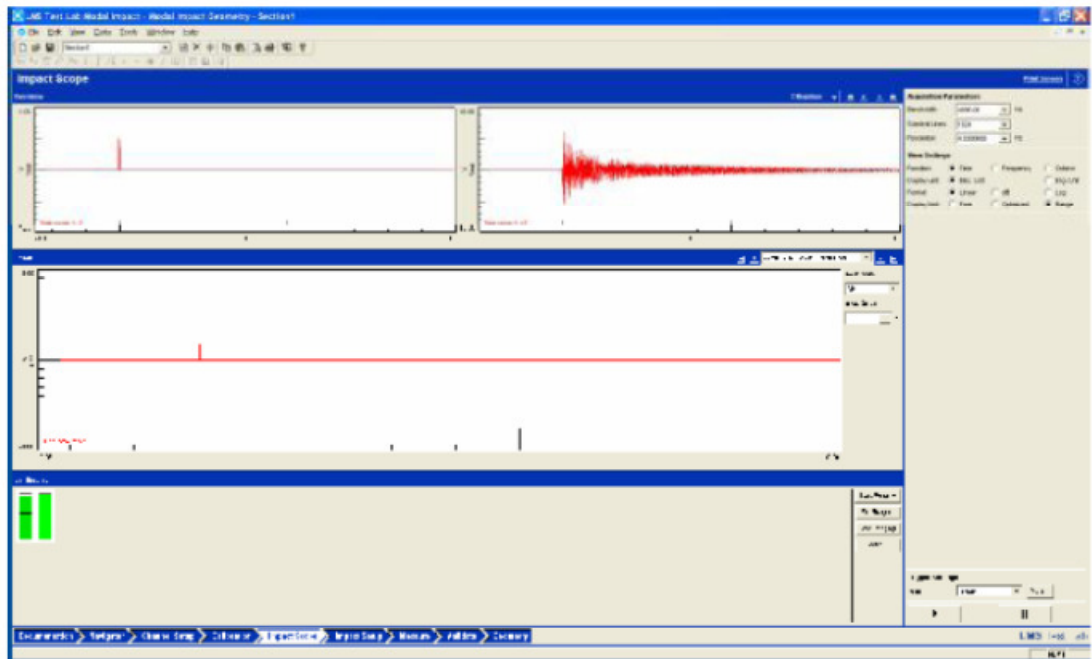
Para definir da melhor forma possível o alcance deve ser usado o comando "Autoranging" para essa funcionalidade.

- **Click no botão 'Start Ranging'**
- **Bata na estrutura algumas vezes, evitando sobrecargas (overloads)**
- **Click no botão Stop Ranging**
- **Click no botão Set Ranges**

Entre o clique no botão Start Ranging e o clique no botão Stop Ranging, o sistema irá medir as tensões máximas. Posteriormente são definidas as melhores taxas de

entrada possível para essas tensões, quando se pressiona o botão Set Ranges. Depois disso, deve bater na estrutura mais algumas vezes e verá um resultado muito mais claro.

- **Bata a estrutura de algumas vezes e prestar mais atenção à resposta martelo (superior esquerdo) (ver imagem)**



Depois do processo anterior, quando não se obtém uma boa resposta do martelo ou acelerómetro, deve-se verificar novamente a configuração dos canais, (Chanel Setup), verificar se há alguma anomalia com os cabos e repetir o procedimento anterior, até obter bons resultados de entrada.

- **Vá para "Impact Setup".**

Aqui há 3 passos para fazer

- Ajuste do Trigger para o sinal do martelo
- Definir a largura de banda para as medições
- Encontrar uma boa localização fixa para o acelerómetro

Estes passos são controlados na barra superior do Impact Setup.

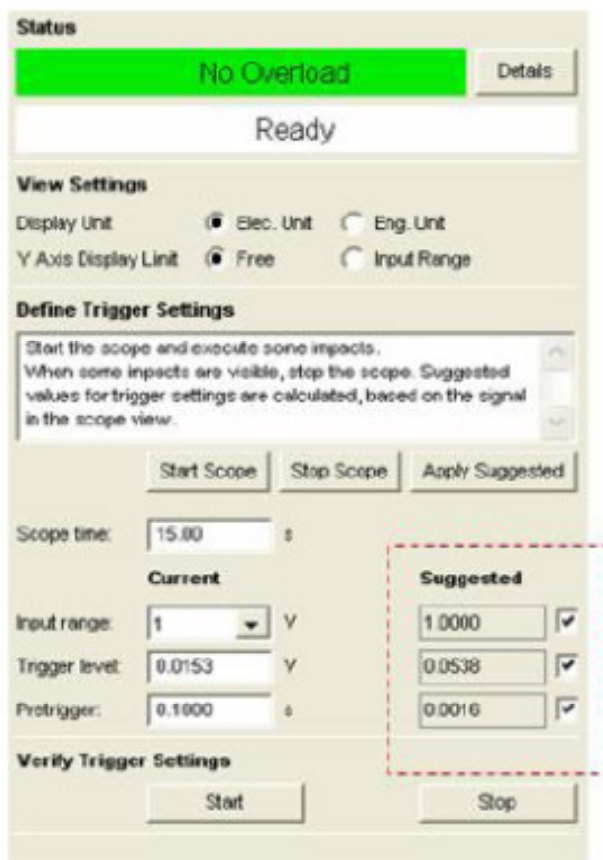


Configurações de Trigger

O software irá tentar definir os parâmetros de Trigger automaticamente com base em algumas batidas feitas anteriormente. A janela superior mostra um fluxo contínuo de dados, a janela do meio irá mostrar o resultado 'triggered'.

- **Alterar o 'Scopetime' para 15 segundos**
- **Clique em 'Scope Start' e bater na estrutura algumas vezes com um 2 ou 3 segundos entre cada batida.**
- **Quando tem 3 ou 4 bons resultados no ecrã, clique em 'Scope Stop'**

O software sugere agora os parâmetros de Trigger, apresentados no campo Suggested.



Clique no botão Apply Suggested para aceitar os valores sugeridos.

- **Aceitar valores sugeridos, clicando em "Apply Suggested ".**

Para verificar se os valores sugeridos para o Trigger estão corretos deve clicar no botão Restart Scope.

- **Clique no botão "Stop" e depois em " BandWidth "**



BandWidth - largura de banda.

A janela de largura de banda contém 4 subjanelas , agrupados dois a dois (superior e inferior). Onde é escolhida a largura de banda.

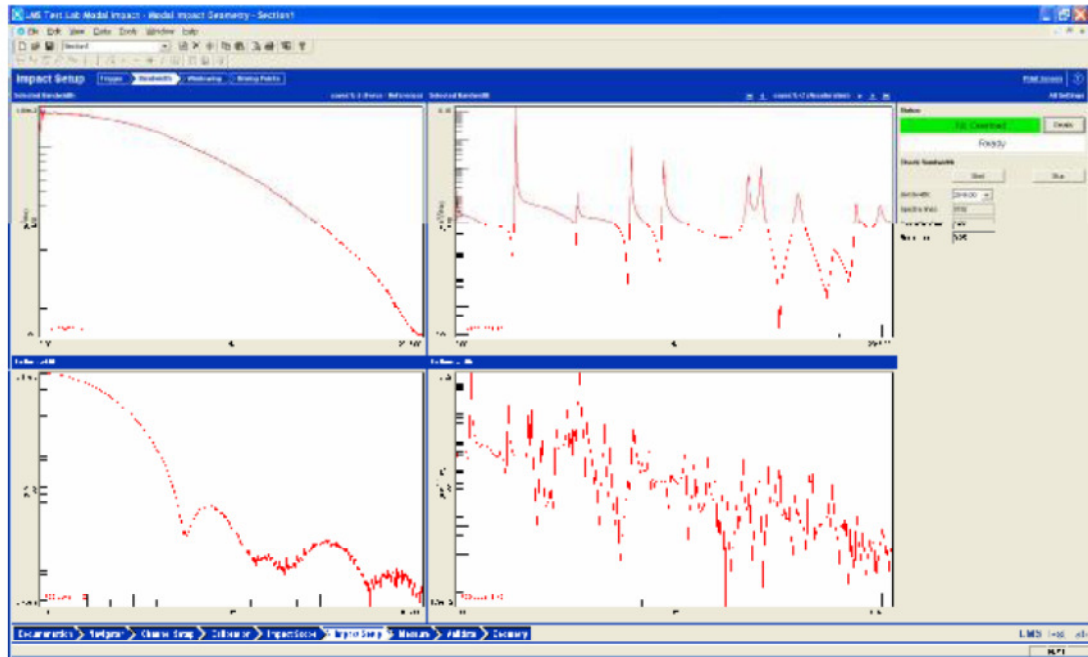
- **Clique em 'Start' e bata na estrutura uma vez.**

As duas subjanelas superiores mostrarão as curvas do martelo e do acelerometro. A da esquerda mostra do sinal de martelo, o direito mostra o sinal do acelerômetro. A largura de banda utilizada será a largura de banda que é escolhida no lado direito da janela.

- **Bata na estrutura mais uma vez**

As duas subjanelas inferiores mostram os resultados, mas desta vez a largura de banda é de 4 vezes mais elevada.

O ideal é ter uma configuração onde a curva na janela superior esquerda seja igual á da imagem seguinte.



- Clique no botão "Stop" e escolha uma largura de banda diferente, se necessário
- Repita as medições até que você tenha encontrado uma boa largura de banda
- Selecione o campo 'Windowing'



Nesta folha é possível escolher o numero de linhas espectrais que, juntamente com a largura de banda define escolhido o tempo de aquisição.

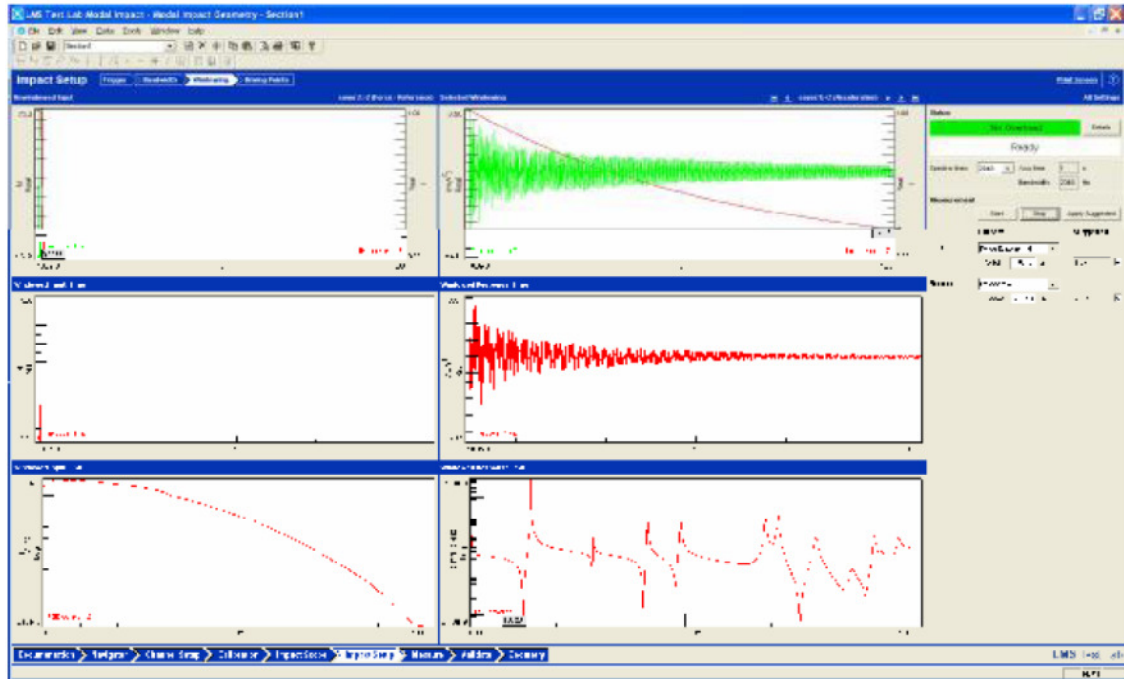
- Clique no botão 'Iniciar' e bata na estrutura uma vez

Todas as janelas irão mostrar as curvas. As janelas das esquerda mostram a força aplicada pelo martelo, e as janelas da direita mostram o valor medido pelo acelerômetro.

- Clique no botão "Stop" e depois em "Apply Suggested"

Análise Modal Experimental Aplicada a Um Componente Estrutural Automóvel

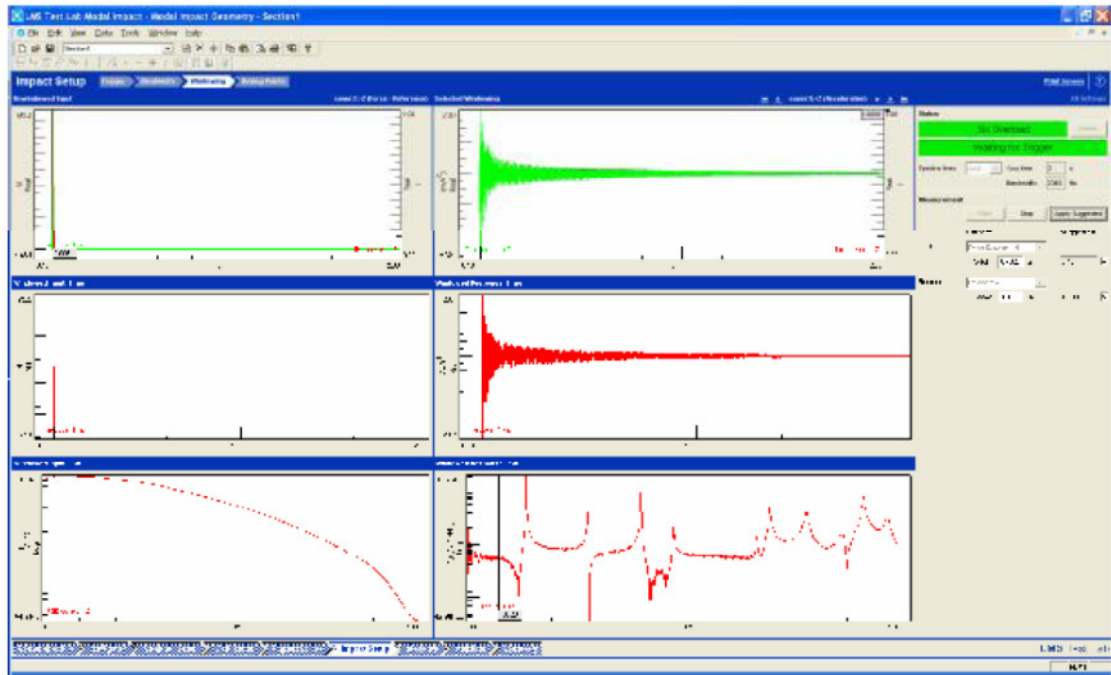
O software irá definir os valores para a força automaticamente de modo a que o leakage (vazamento) seja evitado ver a figura. A janela superior agora também irá mostrar a janela de força e da janela exponencial em vermelho.



Como se pode ver, a curva de verde no visor superior direito ainda tem uma alta amplitude no final do tempo de aquisição. O visor médio direito (curva vermelha) mostra o efeito da janela exponencial e aqui a amplitude é muito reduzida. Este dependente da estrutura utilizada por isso, é possível que, para ambas as curvas o valor no final do tempo de aquisição seja zero.

Outra maneira de evitar uma amplitude elevada no fim do tempo de aquisição é aumentar o número de linhas espectrais. Isto tem de ser feito pelo utilizador e não pelo software.

- **Alterar o número de linhas espectrais e fazer uma nova medição**



Neste caso, o número de linhas espectrais foi duplicada (e, consequentemente, também o tempo de aquisição). O resultado é que a amplitude da curva verde é agora suficientemente perto de zero. O software sugere 100 por cento para a janela exponencial. No entanto, nem sempre é possível alterar a quantidade de linhas espectrais e nesse caso você terá que usar uma janela exponencial.

- **Escolha uma boa combinação de linhas espectrais e janelas**
- **Clique em "Driving Points"**



Todos os parâmetros de aquisição são agora conhecidos e, em teoria, estamos prontos para iniciar a medição.

Os valores de entrada são, por padrão:

- Canal de Resposta: 2 (só deve ser alterada se o acelerômetro não se encontrar no canal definido por defeito.)
- Numero de pancadas Medidas: 5

Driving Points, significa que se vai bater na estrutura com o martelo o mais próximo possível do acelerômetro

- **Clique no botão 'Iniciar' e fazer 5 medições pontuais, uma após o outra, esperar entre cada pancada até que o software fique pronto para a próxima batida. Clique no botão 'Rejeitar' botão o resultado for mau.**

O software irá mostrar a FRF da última medição na janela do lado esquerdo, e a FRF da média na janela da direita. A janela superior mostra os resultados do martelo e acelerômetro. A janela no canto inferior direito mostra a coerência entre as medições.

Agora temos um resultado de FRF para a posição do acelerômetro e está guardado na "Driving Points", lista da direita.

The screenshot displays a software interface for modal analysis. At the top, a 'Status' section features a green bar with the text 'No Overload' and a 'Details' button. Below this, a 'Ready' status is shown. The configuration area includes 'Input point' set to 'Point3', 'Response channel' set to '2', 'Averages' set to '5', and a dropdown menu set to 'Implicit Accept'. The 'Measurement' section contains 'Start', 'Reject', and 'Stop' buttons. The 'Driving Points' section shows a table with one entry: '1 FRF Point3: -Z/Point3'. A 'Display' button is located at the bottom left.

	Point/Direction
1	FRF Point3: -Z/Point3

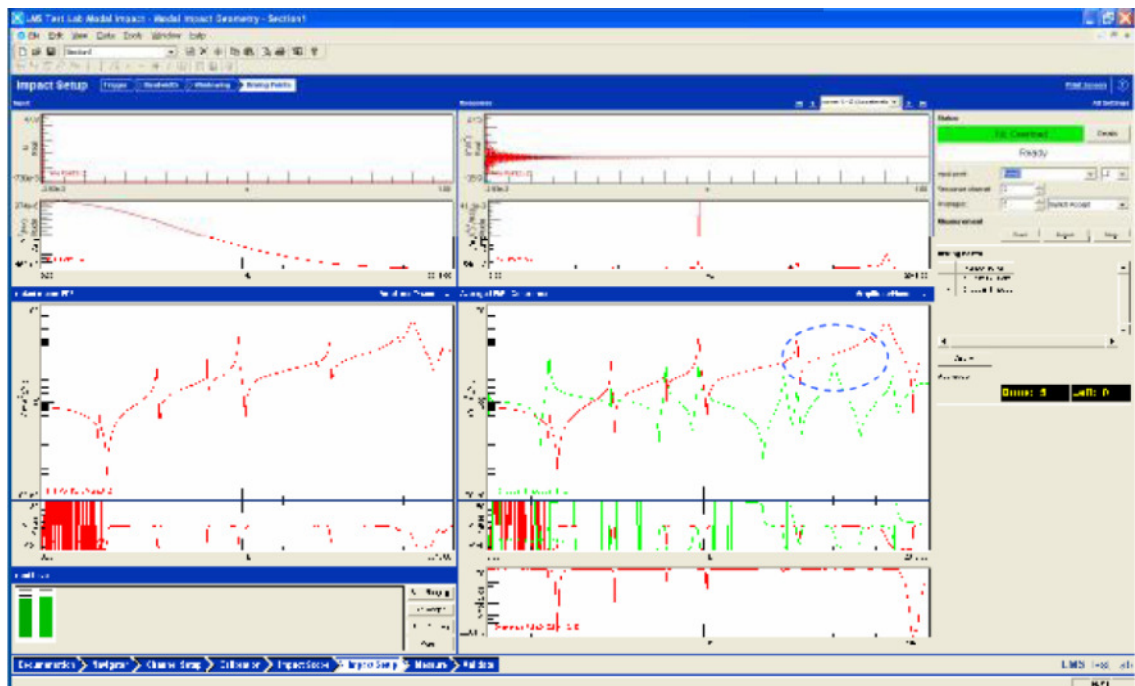
O próximo passo consiste em colocar o acelerômetro numa posição diferente da estrutura, dar o ponto de um nome diferente e fazer outra medição do ponto de condução nesse local.

- **Mude a posição do acelerômetro na estrutura**
- **Dê a esta posição um novo nome (ponto de entrada)**
- **Realizar uma nova medição.**

Repetir estes passos ate ter 3 ou 4 resultados.

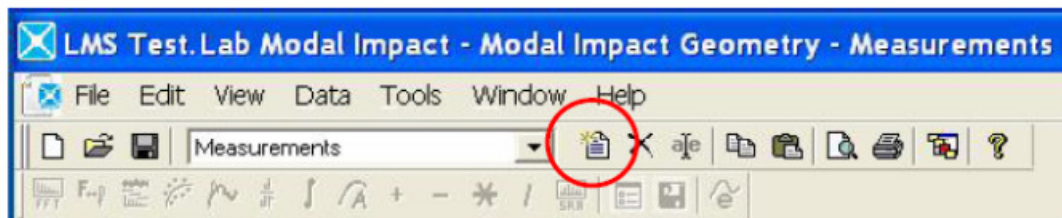
- **Selecionar todos os resultados FRF no "Driving Points 'lista e clique em' Exibir '**

Agora, as FRFs selecionados são mostradas na janela do meio para a direita (ver imagem)



4. Realização das medições

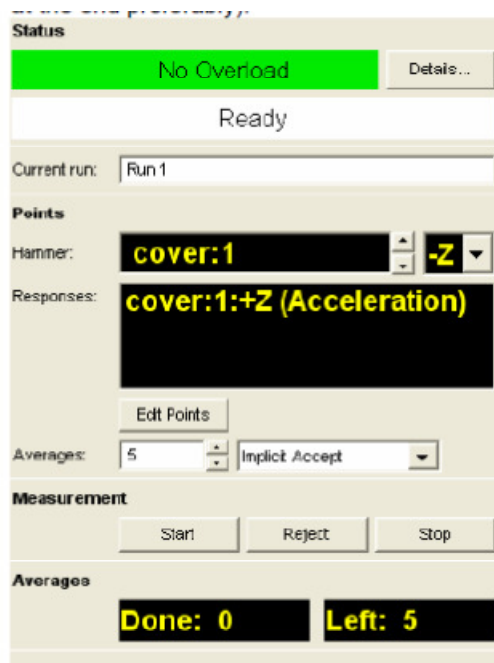
- Clique no ícone "New Section" e deve nomeá-la 'Medições' na janela que aparece.



- Clique no separador 'Measure'



Assegure-se que o primeiro ponto de medição é o primeiro ponto da geometria (deve ter um número 1 no final de preferência).

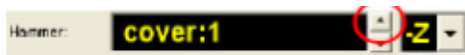


- Definir o ponto de excitação do martelo num ponto definido previamente.

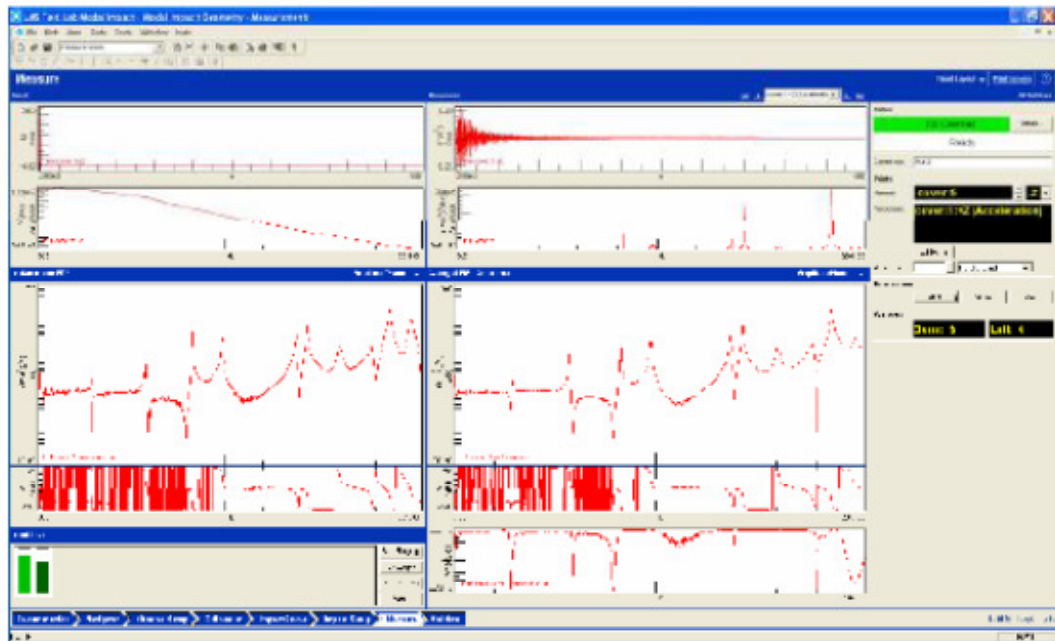
- **Clique em Iniciar e fazer 5 medições. Bata no ponto correspondente na estrutura. Clique no botão 'Rejeitar' quando tiver um mau resultado..**

Os resultados apresentados são semelhantes como na janela Driving Points. Se os resultados são bons, deve passar para o próximo ponto, clicando no "seta para cima" ao lado do nome do ponto de martelo.

- **Mover para o próximo ponto, clicando na seta para cima ao lado do nome do ponto de martelo**



- **Deixar o acelerômetro no mesmo ponto sobre a estrutura, mas agora bater com o martelo no ponto seguinte de excitação.**



- **Repita o procedimento anterior até medir a estrutura completa.**

Para medir o último ponto medido novamente, basta selecionar o botão start novamente e refazer as medições.

Quando estiver pronto, a última coisa a fazer é validar as medições.

- **Clique na janela Validate.**



5. Validar os resultados

Antes de dar por concluída a medição deve ser verificado se os resultados obtidos estão corretos. Isto pode ser feito na janela Validar. A janela Validar mostra a lista de FRFs medidas, do lado esquerdo.

Pode escolher a função que deseja visualizar no canto superior esquerdo.

- **Selecionar FRF como função**
- **Selecionar "Entradas e respostas"**

A apresentação da matriz é visualizada na lista abaixo (Measurement Matrix). Deve ter 3 colunas (Ponto, Direção e o nome do seu ponto de referência). Normalmente, após uma medição martelo, esta apresentação dá-nos uma linha e várias colunas, que não é o que queremos. Ao alterar o campo Matrix presentation, obtemos o resultado que queremos.

Your Measurement Matrix should look similar to this:

Function type: FRF
 Matrix presentation: Inputs/Responses
 Direction filter: X,Y,Z,NONE
 Displayed Runs: All
 Number of rows: 66
 Number of columns: 1
 Refresh

Measurement Matrix

	Point	Dir	cover:1 Z
1	cover:1	Z	-/+
2	cover:10	Z	-/+
3	cover:11	Z	-/+
4	cover:12	Z	-/+
5	cover:13	Z	-/+
6	cover:14	Z	-/+
7	cover:15	Z	-/+
8	cover:16	Z	-/+
9	cover:17	Z	-/+
10	cover:18	Z	-/+
11	cover:19	Z	-/+
12	cover:2	Z	-/+
13	cover:20	Y	+/-
14	cover:21	X	-/+
15	cover:22	Y	+/-
16	cover:23	X	-/+
17	cover:24	X	-/+
18	cover:25	X	-/+
19	cover:26	X	-/+
20	cover:27	Y	-/+
21	cover:28	X	-/+
22	cover:29	Y	-/+
23	cover:3	Z	-/+
24	cover:30	Y	+/-

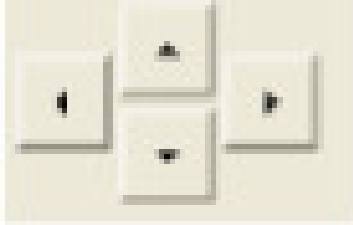
- No canto inferior esquerdo, ative 'Mostrar Medidas em 2D' e 'Mostrar pontos seleccionados sobre Geometria'.

☒ Show Measurements in 2D Display
☒ Show Selected Points on Geometry

- Selecione um dos '- / + 'ou' + / + 'células na lista.

Agora, a janela superior mostra a FRF correspondente, e a verde o nó correspondente a essa FRF, na janela da geometria. É possível percorrer a lista de pontos com as setas ou com as teclas de setas abaixo da lista.

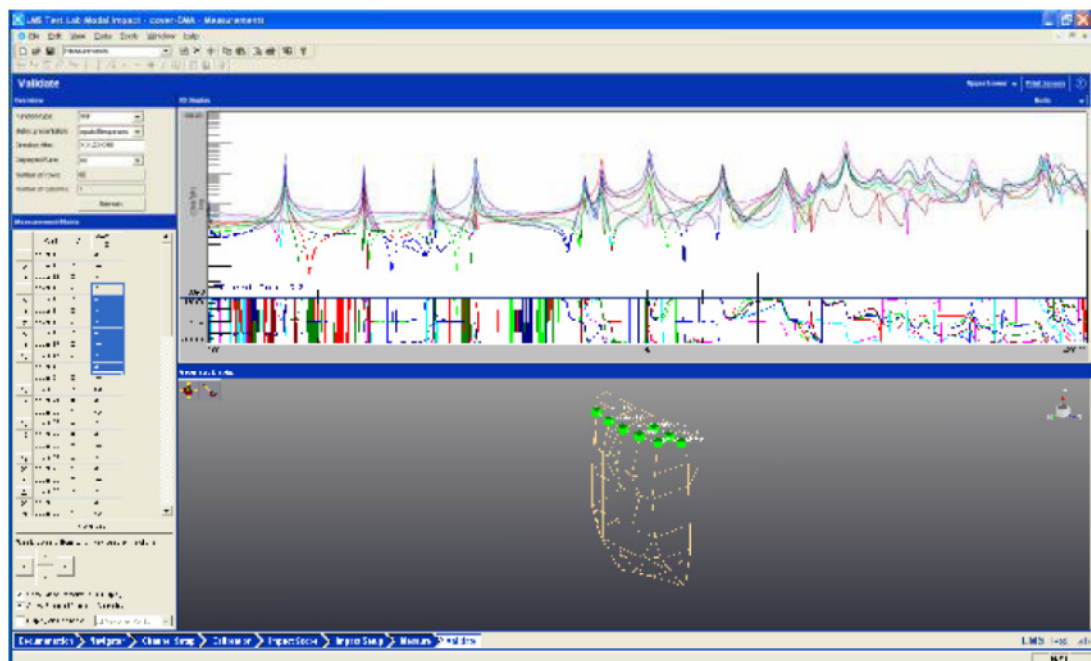
- **Use os botões de seta para percorrer a lista.**



Tanto a FRF e o ponto sobre a geometria serão atualizados..

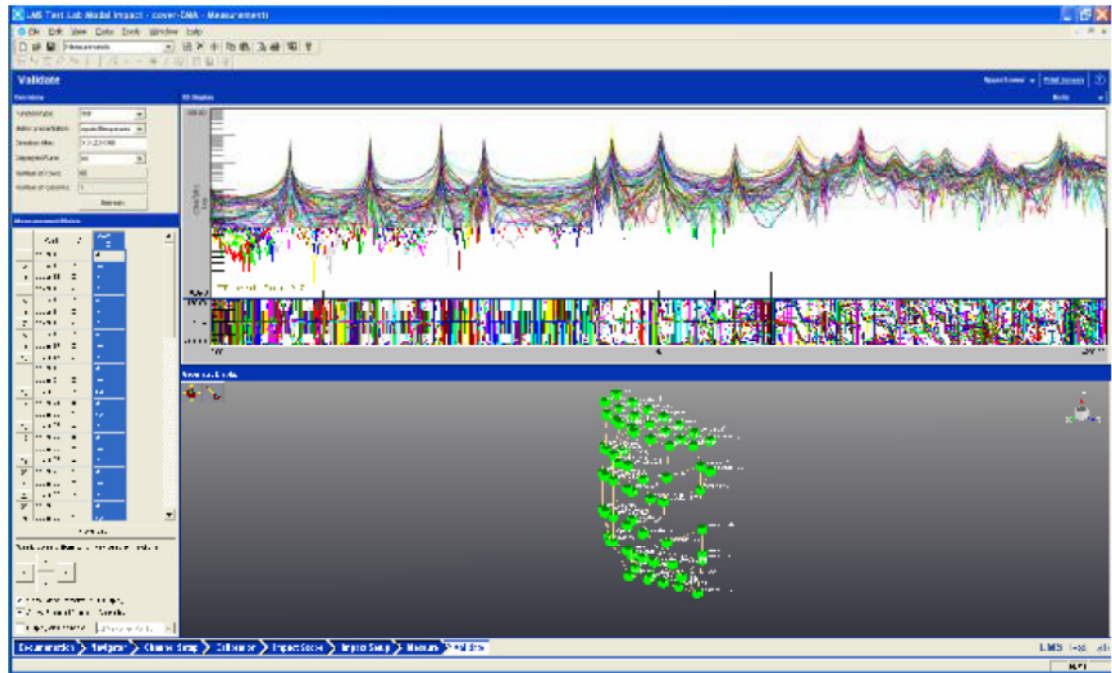
- **Selecionar várias células na lista.**

Pode selecionar várias células na lista. Todos eles serão mostrados no mostrador 2D e na geometria.



- **Clique no cabeçalho da coluna com o nome do ponto de referência.**

Análise Modal Experimental Aplicada a Um Componente Estrutural Automóvel



Ao usar a janela validar é possível verificar se foram perdidas algumas FRFs.

Se os resultados obtidos são bons deve dar por terminado o seu trabalho, salve o projeto e feche o Modal Impact. . Estes resultados podem agora ser usados no LMS Test.Lab Modal Analysis, para posterior processamento.

ANEXO C- Abstract do artigo completo a apresentar na conferência

IOMAC'13 (Artigo em fase de construção)

